はじめに

京都大学の物理は９割が穴埋め完成形式の記述タイプ。答えのみを解答欄に記入する形です。時折難しいテーマの出題もありますが，誘導がある程度丁寧についているため，解答しやすい部分が多いです。しかし，逆に言えば

①答えのみを書くため，少しの書きミスでも０点
②誘導にうまく乗れなければまったく歯が立たなくなる

という落とし穴もあるということです。対策としては
①☞普段から慎重にソツなくこなす練習を！
②☞独りよがりの解き方や，問題が解けたからといって満足せず，普段からいろいろな考え方を貪欲に吸収する。
が，考えられるでしょうか。

また，一部論述形式の問いがありますが，これは大きく分けて

①′ 普通の問題タイプ
②′ 描図タイプ
③′ 問題文内に出てきた内容についての説明，または証明

という，３タイプがあります。
①′ については本当に普通に考えて計算☞対応としては普通に勉強！
②′ についても同様！☞普段からグラフを描いて結果の吟味を！
③′ については状況をよく確認＆理解し，その場でしっかりと考えるしかありません！しかし，奇をてらったような問題は出ません。☞いかに普段から物事をじっくりと考えてきたかが問われます。

そして，京都大学の問題は誘導がしっかりしているからこそ，

ある状況・場面において，何をどう考えれば現象を解析していけるか

が学べる，良問と言えます。問題を解き，考え方を楽しみながら勉強していってください。

京都大学　物理対策講座　テキスト

この講座では，以上の点をふまえつつ，過去問の中から選りすぐりの問題を中心に解説し，重要な点を確認していきます。必ず自力で問題を解いてみてから動画を見て，解答のポイントなどを確認していってください。

そして，その後はどんどん過去問に挑戦してみてください！特に，京都大学の場合，何年も前に出たものと同じテーマの問題が出ることが他の大学に比べて多いので，やや古いものでも一読（一解き？）の価値はおおいにあります。真の実力をつけましょう !!

皆さんの健闘を期待し，合格を祈っています !!

中野　喜允

＜目次＞

第１講　力学Ⅰ …… p. 4
第２講　力学Ⅱ …… p.14
第３講　電磁気学Ⅰ …… p.28
第４講　電磁気学Ⅱ …… p.42
第５講　波動Ⅰ …… p.58
第６講　波動Ⅱ …… p.76
第７講　熱力学Ⅰ …… p.90
第８講　熱力学Ⅱ …… p.100
第９講　原子と原子核Ⅰ …… p.112
第10講　原子と原子核Ⅱ …… p.128

第１講　力学Ⅰ

1

次の文を読んで，[　　　] に適した式をそれぞれの解答欄に記入せよ。なお，[[　　　]] はすでに [　　　] で与えられたものと同じものを表す。

長さ l の質量の無視できるゴムひもの両端に，2つの小球AおよびBがついている。小球AおよびBの直径は無視できるほど十分小さく，質量はいずれも m とし，重力加速度を g とする。また，このゴムひもは，引き伸ばされた状態ではフックの法則に基づく復元力が働くが，細くてやわらかいために，たるんだ状態では小球の運動を妨げないものとする。

図１のように，天井のO点に小球Bを固定し，小球Aを静かにつるしたとき，ゴムひもは $\frac{l}{12}$ だけ伸びた。このゴムひもが自然長 l から x だけ引き伸ばされたとき，ゴムひもには $\frac{12mg}{l}x$ の復元力が働く。

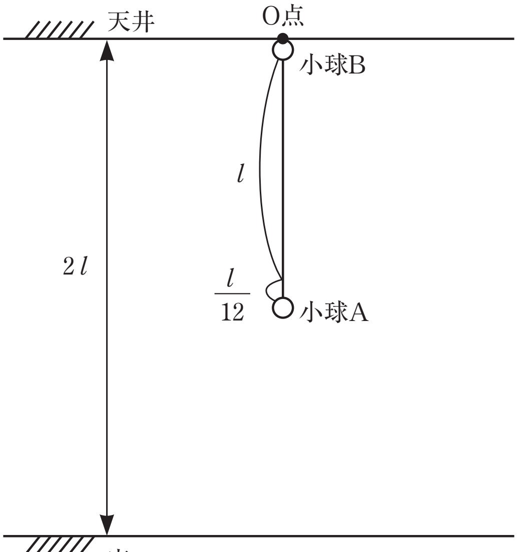


図１

＜ Note ＞

(1)　小球 A を小球 B と同じ位置 O まで持ち上げ，小球 B を固定したまま小球 A のみをそのまま自由落下させた。このとき，落下する小球 A が到達する最下端の位置は，天井から［イ］だけ下方となる。小球 A は［イ］の位置から，ゴムひもの復元力［ロ］によって上昇運動をはじめる。その上昇運動において，小球 A は天井から l の位置を速さ［ハ］で通過するが，その瞬間に，天井の O 点で固定していた小球 B を静かに解放した。その後，小球 A と B は天井から［ニ］の位置で衝突するが，小球 B を解放してから衝突するまでに要する時間は［ホ］である。この衝突が完全非弾性衝突（反発係数 $e=0$）であり，衝突後は完全にひとつの小球として運動する場合に，衝突してからこの小球が天井から鉛直距離で $2l$ だけ下にある床に落下するまでに要する時間は［ヘ］である。

(2)　次に，(1)と同様の手順で O 点から小球 A を自由落下させ，［イ］の位置に小球 A が到達した瞬間に，O 点で固定していた小球 B を静かに解放した。この解放した瞬間においては，小球 A と B はゴムひもの復元力［ロ］によって，お互いに引き寄せられている。自由落下している仮想的な観測者からこの 2 つの小球を見ると，どちらの小球にも重力が働かず，ゴムひもの復元力のみにより運動しているように見える。したがって，小球 B を解放した瞬間からゴムひもが自然長 l に戻るまでに要する時間は［ト］であり，その後，小球 A と B が衝突するまでにはさらに［チ］だけ時間がかかる。その衝突する位置は天井から［リ］の位置となる。

< Note >

2

次の文章を読んで，［　　　］には適した式か値を求め，{　　　}からは適切なものを選びその番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。また，問１，問２では，指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。ここで，円周率はπとする。

図１のように質量Mの台車の上に大きさの無視できる質量mの小球が，２本のばねによって取り付けられている。この２本のばねは，ばね定数kと自然長が等しく，質量は無視できる。はじめ，２本のばねは自然長の状態で，小球は台車の中央にある。台車は摩擦なしに水平面上を動くことができ，台車と小球の間の摩擦も常に無視できるものとする。x軸は右方向を正とし，台車も小球もx軸に平行な方向へのみ動き，ばねは常にx軸に平行であるものとする。

(1)　はじめに，台車を動かさないように押さえながら，図２のように小球を台車の中央からlだけ左方へ引っ張ったところで，小球と台車を同時に離した。離した直後の小球の加速度は，２本のばねからx軸の正の方向へそれぞれklの力を受けるので［ア］で与えられ，一方，台車の加速度は，２本のばねからx軸の負の方向にそれぞれklの力を受けるため［イ］で与えられる。

小球が台車の中央を通過するときの小球の速さは［ウ］，台車の速さは［エ］となる。

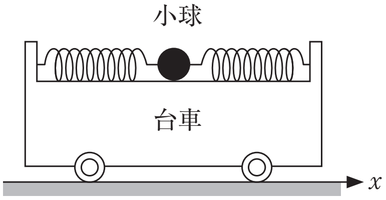


図１

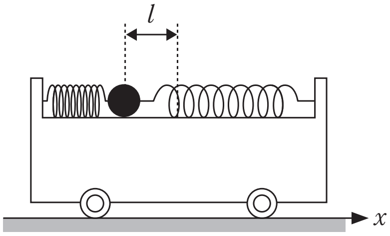


図２

(2)　次に，同じ台車と小球について，図３のように固定壁に台車の左端が接した状態（台車は壁に固定していない）にして，時刻$t=0$のときに小球に壁の方向へ初速v_0を与えた。このとき，小球と台車の中心，および台車と小球を合わせた系の重心は$x=0$の位置にあり，小球は台車の端までは届かないものとする。

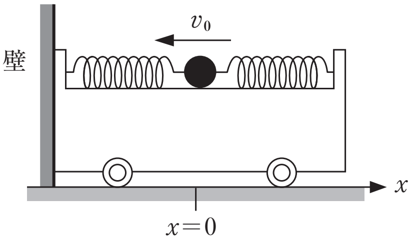


図３

＜ Note ＞

その後の台車と小球の動きを考える。台車は，ばねから壁の方向へ力を受けるため，しばらく壁から離れない。その間の台車，小球の加速度をそれぞれ a_1，a_2 とし，台車が壁から受ける垂直抗力を N，小球の台車中央からの変位を d とすると，それぞれの運動方程式は，

台車：$Ma_1=$ **オ**

小球：$ma_2=$ **カ**

となる。台車が壁に接している間の小球の変位 d は，小球に初速を与えてからの経過時間 t，および v_0，k，m を用いて，

$d=$ **キ**

となる。垂直抗力 N が 0 になったときに台車は壁から離れる。台車が壁から離れるまでの経過時間は **ク** となる。

(3)　台車が壁から離れたあとの，台車と小球の動きを考える。

問１　台車が壁から離れたあと台車からみた小球の動きは単振動となることを，導出の過程と共に示せ。また，そのときの角振動数 ω を求めよ。

台車と小球を合わせた系の重心は｛**ケ**：①静止　②等速直線運動　③単振動｝しているので，台車が壁から離れてからの経過時間を t_1 とすると，この系の重心の位置は **コ** となる。これらから，x 座標での台車の中心の位置は t_1，v_0，ω，m，M を用いると **サ** となり，台車の速度の最大値は **シ**，最小値は **ス** となる。

問２　以下の図４を解答欄に書き写し，時刻 $t=0$ で小球に初速を与えたあとの，台車と小球を合わせた系の重心の x 座標の位置を破線で，台車の中心の x 座標の位置を実線で，グラフを描け。

また，台車が壁から離れたあと最初に台車の速度が最大値をとる点 A をグラフ中に示し，その x 座標および時刻 t の式を記せ。

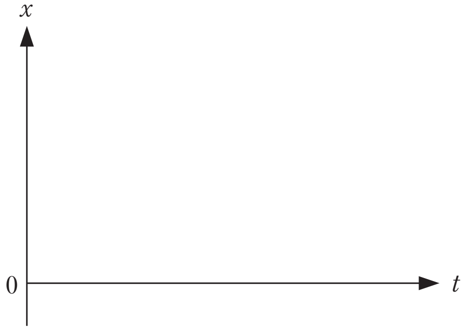


図４

＜ Note ＞

第１講　確認テスト

次の文を読んで，［　　　］に適した式をそれぞれ記せ。

質量が M_1 の台車１と M_2 の台車２がある。台車１は水平な床の上に置かれてなめらかに動き，その水平な上面 AB の上に質量 m の箱がのっている。箱と AB 面の間には摩擦力（静止摩擦係数 μ）がはたらく。箱と台車２は，図１に示されたように，なめらかに回転する滑車 E を通じて一定の長さの糸で連結されている。台車２は，台車１の鉛直な壁面 BC に接してなめらかに動く。滑車と糸の質量は無視してよいものとする。

台車１の鉛直な壁面 AD を押す水平方向の一定な力を F とし，重力加速度を g とする。

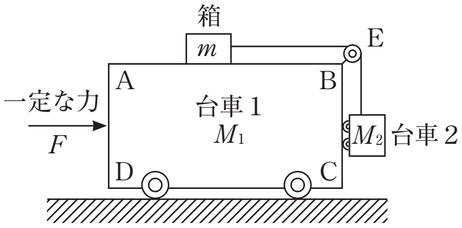


図１

⑴　最初に $F=0$ で，台車１，台車２，箱がともに静止した状態を考える。このとき箱にはたらいている力は，鉛直方向の重力と，AB 面に垂直な方向の抗力［イ］，糸の張力，AB 面に沿った左向きの摩擦力［ロ］である。また，箱がすべりださないための条件式は，［ハ］で与えられる。

⑵　次に，力 F を AD 面にはたらかせて，台車１を一定の加速度で走らせたところ，台車２と箱はともに，台車１に対して静止した状態を保ち続けた。このときの台車１の加速度は［ニ］である。また，箱にはたらいている力は，重力と，張力 $T=$［ホ］，垂直抗力 R，摩擦力 $S=$［ヘ］である。ここで摩擦力 S は，左向きを正とする。一方，台車１と台車２の間には，水平方向の力 $f=$［ト］がはたらいている。

⑶　設問⑵において，台車１の水平方向の加速度 a と，台車１が床からうける垂直方向の抗力 H とを，質量 M_1 および種々の力 F，T，R，S，f を用いて表すと，$a=$［チ］，$H=$［リ］となる。

⑷　設問⑵の運動は，力 F がある値［ヌ］以下の場合に可能であるが，この値をこえる場合には，箱は AB 面上に静止することができず，AB 面上をすべる。

⑸　箱と AB 面上の間に摩擦がない場合でも，適当な大きさの力 $F=$［ル］をはたらかせると，設問⑵と同様の運動（すなわち，台車２と箱がともに台車１に対して静止した状態を保つ運動）が可能である。

＜ Note ＞

第２講　力学Ⅱ

1

次の文を読んで，［　　　］には適した式または数値を，｛　　　｝からは適切なものを選びその番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，［［　　　］］はすでに［　　　］または｛　　　｝で与えられたものと同じものを表す。また，問１，問２では指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

以下の設問では，向心力を受けて円運動する物体について摩擦力による速さの変化を考える。その際，さまざまな物理量の微小な変化を調べる。

(1)　図１のように，なめらかな台の上に置かれた質量 m の物体が，ひもにつながれている。ひもは台の中心Oに開けられたなめらかな小さな穴を貫通し，ばねにつながれている。さらにばねの下端は下側の台に固定されている。この物体は半径 r，速さ v の等速円運動をしている。ばね定数は b であり，ばねとひもの質量は無視してよいものとする。また，物体が点Oにあるとき，ばねの長さが自然の長さであるようになっている。

この等速円運動に対する運動方程式は $\dfrac{mv^2}{r}=$［ア］となる。物体の運動エネルギーは $K=\dfrac{1}{2}mv^2$，ばねの弾性力の位置エネルギーは $V=\dfrac{1}{2}br^2$ で与えられる。このとき運動方程式から運動エネルギー K と位置エネルギー V の間に

｛イ：①　$K=V$　　②　$K=-V$　　③　$2K=V$
　　　④　$2K=-V$　　⑤　$K=2V$　　⑥　$K=-2V$｝

という関係が成り立つことが分かる。

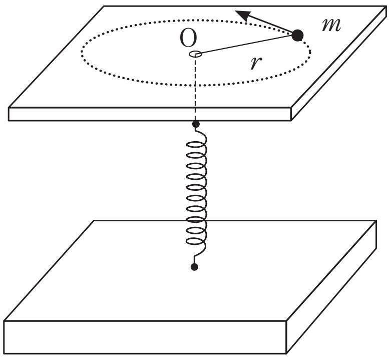


図１

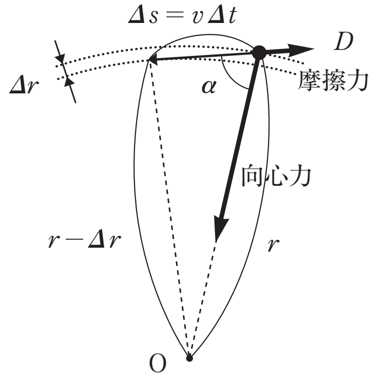


図２

(2)　次に，この物体に速度と逆方向に摩擦力が作用した場合を考える。摩擦力の大きさ D は一定とする。ばねの力に比べて非常に小さい摩擦力が作用したため，図２のように軌道がわずかに円運動から変化したとしよう。そのため，物体の速度は(1)で考えた速度と厳密には異なっている。ただし，摩擦力が非常に小さい場合には，速度の差はわずかであるので無視してよいものとする。物体の速さを v とすると，図２のように微小な時間 Δt の間

< Note >

の移動距離は $\Delta s=v\Delta t$ で与えられる。この移動の結果，物体と点Oとの距離は r から $r-\Delta r$ に変化する。実際には r に比べてその変化 Δr は非常に小さいが，この図では微小な変化 Δr を強調している。また，物体の運動方向とばねによる向心力の間の角度 α は 90° よりわずかに小さい。

この微小な時間 Δt の間に生じる運動エネルギーの微小な変化 ΔK は，ばねの力による仕事と摩擦力による仕事で決まるので，$\Delta K=($ **ウ** $)\times\Delta s$ と与えられる。Δs と Δr が微小であることより，$\Delta s\cos\alpha=\Delta r$ が成り立つとする。運動エネルギーの微小な変化 ΔK のうち，ばねによる仕事は，半径の微小な変化 Δr に比例する形で **エ** と表される。このばねによる仕事と位置エネルギーの微小な変化の関係を調べよう。軌道の半径が r から $r-\Delta r$ に微小に変化する間に，位置エネルギーは

$$\begin{aligned}\Delta V&=\Delta\left(\frac{1}{2}br^2\right)\\&=\frac{1}{2}b(r-\Delta r)^2-\frac{1}{2}br^2\\&=-br\Delta r+\frac{1}{2}b(\Delta r)^2\\&\fallingdotseq -br\Delta r\end{aligned}$$

だけ微小に変化する。上式の最後の行では，微小な変化 Δr の2次の項 $\frac{1}{2}b(\Delta r)^2$ を無視している。このように，本問題では微小な変化の2次の項は無視してよい。したがって運動エネルギーの微小な変化のうち，ばねによる仕事の部分は

$\left\{\text{オ}：①\ +1,\quad ②\ -1,\quad ③\ +\frac{1}{2},\quad ④\ -\frac{1}{2}\right\}\times\Delta V$ となる。また摩擦力による仕事は，微小な時間 Δt に比例する形で **カ** と表すことができる。したがって，Δt の間に生じる力学的エネルギー $E=K+V$ の微小な変化 $\Delta E=\Delta K+\Delta V$ は

$$\Delta E=\boxed{\text{カ}} \qquad \text{(i)}$$

と与えられる。

摩擦力が非常に小さいので，物体は近似的に円運動を保ちながら，少しずつ速さと半径が変化していくとする。このとき関係式 **イ** は成り立っていると考えてよい。したがって，微小な変化 ΔK，ΔV についても，同じ関係を保ちながら，力学的エネルギーが $\Delta E=$ **カ** と微小に変化していくので，運動エネルギーの微小な変化は

$$\Delta K=\boxed{\text{キ}}\times(\boxed{\text{カ}}) \qquad \text{(ii)}$$

となる。（注：**キ** には適切な数値を入れなさい。）

(3)　上の(2)では微小な時間 Δt の間の運動エネルギーの微小な変化を求めた。この間に，物体の速さは v から $v+\Delta v$ に変化するので，運動エネルギーの微小な変化は $\Delta K=\Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\fallingdotseq mv\Delta v$ とも表せる。この式と式(ii)より，物体の速さ v の変化率は

$$\frac{\Delta v}{\Delta t}=\boxed{\text{ク}} \qquad \text{(iii)}$$

と与えられる。式(iii)は直線上の等加速度運動と同じ形をしている。時刻 $t=0$ での物体の

＜ Note ＞

速さを v_0 とすると，時刻 t での物体の速さは $v(t)=$ **ケ** となる。

(4)　これまでは，物体がばねの力と小さい摩擦力を受けて近似的に円運動する場合を考えてきた。今度は，図３のように，質量 M の地球の周りを運動する質量 m の人工衛星について，これまでと同じような計算を行う。地球の中心から人工衛星までの距離を r とする。人工衛星には地球からの万有引力と，大気から受ける小さい空気抵抗力が作用している。ただし，人工衛星の質量 m は地球の質量 M に比べて非常に小さいため地球は動かないとしてよい。さらに，地球と人工衛星の大きさは無視してよいものとする。

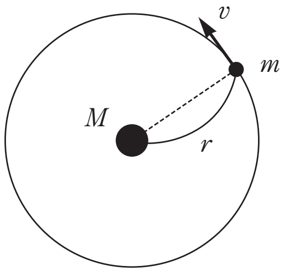


図３

まず，空気の抵抗力がはたらいていないとする。人工衛星は速さ v，半径 r の等速円運動をしている。万有引力定数を G とすると運動方程式は $\dfrac{mv^2}{r}=\dfrac{GMm}{r^2}$ となる。また，万有引力による位置エネルギーは $V=-\dfrac{GMm}{r}$ であることが知られている。このとき運動方程式から，運動エネルギー K と位置エネルギー V の間の関係式

$$\left\{\begin{array}{llll}\textbf{コ}：① & K=V & ② \ K=-V & ③ \ 2K=V \\ & ④ \ 2K=-V & ⑤ \ K=2V & ⑥ \ K=-2V\end{array}\right\}$$

が得られる。

次に，(2), (3)における摩擦力と同様に人工衛星に空気の抵抗力が作用した場合を考える。ここで空気の抵抗力は，速度と逆方向にはたらく，大きさ D の一定の力として取り扱う。ただし，空気の抵抗力は非常に小さく，人工衛星は近似的に円運動しているとみなしてよいものとする。

問１　人工衛星の場合にも，(2)と同様に，運動エネルギーの微小な変化 ΔK は万有引力と空気の抵抗力による仕事で与えられる。このことから，人工衛星の力学的エネルギーの微小な変化 ΔE に対して式(i)が成り立つことを，計算過程も含めて示しなさい。ただし，半径が r から $r-\Delta r$ に変化するとき，位置エネルギー $V=-\dfrac{GMm}{r}$ の微小な変化は

$$\Delta V=\Delta\left(-\frac{GMm}{r}\right)=-GMm\left(\frac{1}{r-\Delta r}-\frac{1}{r}\right)\fallingdotseq-\frac{GMm}{r^2}\Delta r$$

という近似式で与えられる。

問２　上の問１の結果と，微小な変化 ΔK, ΔV に対しても関係式 **コ** と同じ関係が成り立つことを用いて，式(iii)に対応する人工衛星の速さ v の変化率を表す方程式を計算過程も含めて導きなさい。また抵抗力により，人工衛星が加速されるか，減速されるか，変化しないか，いずれであるかを，その理由とともに答えなさい。

＜ Note ＞

2

次の文章を読んで，［　　］に適した式を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，［- - -］はすでに［　　］で与えられたものと同じ式を表す。また，問１，問２では，指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

質量 m_1，m_2，m_3，半径 l_1，l_2，l_3 の円盤状の物体１，物体２，物体３の運動を考える。図１のように，物体１は水平な床の上に置かれている。物体１の上面は床に平行で，物体１の上に物体２が置かれている。物体１と物体２は互いに固定されておらず，各々の中心が x 座標の原点で静止している。時刻０において物体３が左から物体１に衝突した。衝突後，物体１が動き出し，物体２は物体１との接触面上を滑り出した。衝突にかかる時間は十分短く，物体３が物体１に衝突した直後の物体２の床に対する速度は０であるとする。真上から見ると，物体１，物体２，物体３の中心は常に同一直線上にあるものとする。物体１と床の間の動摩擦係数を μ_1，物体１と物体２の間の動摩擦係数を μ_2，物体１と物体３の間のはね返り係数を e，重力加速度を g とする。

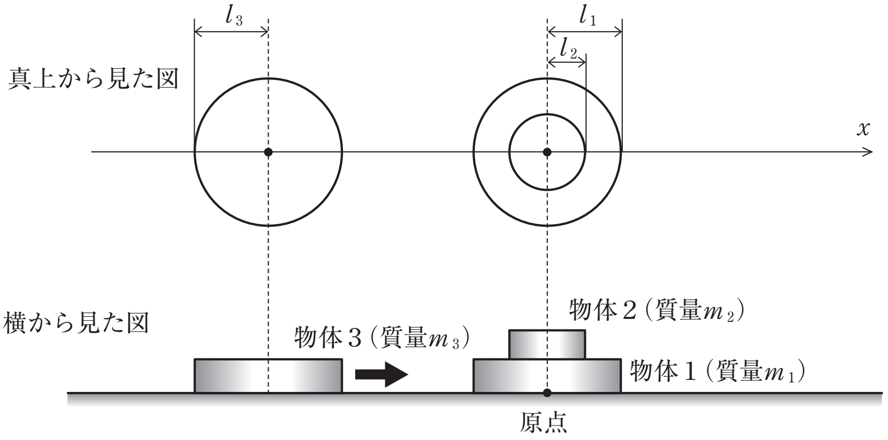


図１

位置，速度，加速度は右向きを正にとり，速度および加速度は床に対するものと定義する。また，空気抵抗は無視する。

(1)　物体３が物体１に衝突する直前の物体３の速度を v_0 とする。物体３が物体１に衝突した直後の物体１の速度は $v=$［ア］，物体３の速度は［イ］である。物体２は物体１の上面からはみ出すことなく運動し，時刻 T_A において物体１と物体２の相対速度が０となった。その後，両者は一体となって運動を続け，時刻 T_B において静止した。時刻０から T_A までの物体１と物体２の加速度を a_1，a_2 とし，T_A から T_B までの物体１の加速度を a'，T_A での物体１の速度を v' とする。また時刻 T_A での物体１と物体２の中心の位置を x_1，x_2 とし，T_B での物体１の中心の位置を x_B とする。a_1，a_2，a' は，m_1，m_2，μ_1，μ_2，g のうち必要なものを用いると，$a_1=$［ウ］，$a_2=$［エ］，$a'=$［オ］と表せる。

＜ Note ＞

問１　図２を解答欄に書き写して，時刻０から T_B までの物体１，物体２の速度，加速度のグラフを描け。ただし，物体１と物体２のグラフは１つのグラフにまとめて作成し，(a)には横軸が時刻，縦軸が速度のグラフを，(b)には横軸が時刻，縦軸が加速度のグラフを描け。またグラフ中に，a_1，a_2，a'，v，v'，T_A，T_B を明示せよ。

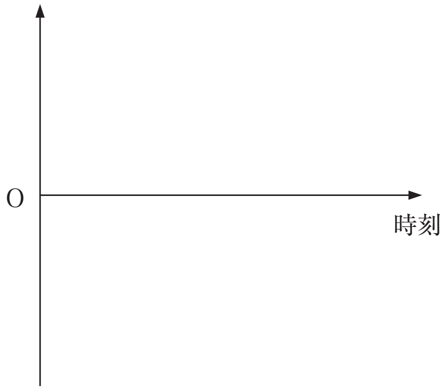


図２

T_A および v' は a_1，a_2，v を用いると，T_A＝[カ]，v'＝[キ]と表せる。また T_B は a_1，a_2，a'，v のうち必要なものを用いると，T_B＝[ク]と表せる。さらに，a_1＝[ウ]，a_2＝[エ]，a'＝[オ]を T_A＝[カ]，T_B＝[ク]に代入することで，T_A, T_B は v，m_1，m_2，μ_1，μ_2，g のうち必要なものを用いると，T_A＝[ケ]，T_B＝[コ]と表せる。

「物体２は物体１の上面からはみ出すことなく運動」するという条件は，l_1，l_2 および v，m_1，m_2，μ_1，μ_2，g のうち必要なものを用いると，[サ]と表せる。また x_B は v，m_1，m_2，μ_1，μ_2，g のうち必要なものを用いると x_B＝[シ]と表せる。

(2)　物体１と物体２の運動をエネルギー保存の観点から考える。物体３が物体１に衝突した直後の物体１と物体２の運動エネルギーの総和は，v，m_1，m_2，μ_1，μ_2，g のうち必要なものを用いると，[ス]と表せる。一方，時刻０から T_B までに，物体１と床の間の摩擦で失われるエネルギー E_1, および物体１と物体２の間の摩擦で失われるエネルギー E_2 は，m_1，m_2，μ_1，μ_2，g，x_1，x_2，x_B のうち必要なものを用いると，E_1＝[セ]，E_2＝[ソ]と表せる。上で求めた x_B は，物体３が物体１に衝突した直後の物体１と物体２の運動エネルギーの総和[ス]と E_1＝[セ]，E_2＝[ソ]の間に成り立つ関係を利用することでも求めることができる。

問２　時刻 T_B は動摩擦係数 μ_1 に依存するものの，動摩擦係数 μ_2 には依存しない。その理由を運動量の変化の観点から述べよ。

< Note >

第２講　確認テスト

次の文を読んで，[　　　]に適した式を，また，{　　　}には解答群のうちから適切な選択肢を選んでその番号を，それぞれ記せ。

大きな球の頂上に小球を置くことは難しいが，お椀（わん）の底には容易に小球を置くことができる。この意味で，小球にとって大きな球の頂上は不安定な点，お椀の底は安定な点になっている。このような安定点，不安定点について以下で考察してみよう。

(1)　鉛直に立てられた半径 r〔m〕の円形をした針金の輪がある。この輪に沿って質量 m〔kg〕の小球が摩擦なく動けるようになっている。図１のように，小球と輪の中心を通る線分が輪の中心を通る鉛直線となす角を θ〔rad〕とする。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。以下では，輪に沿う方向の力の成分については θ の増加する方向を正にとる。また，必要に応じて，微小な角 α に対して $\cos\alpha \fallingdotseq 1$，$\sin\alpha \fallingdotseq \alpha$ と近似してよい。

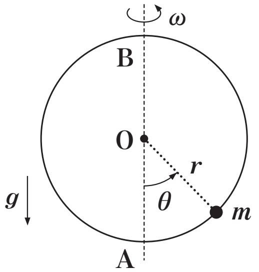


図１

この輪を鉛直の中心軸 AB の周りに角速度 ω〔rad/s〕(>0) で回転させる。輪と一緒に回転する観測者には，小球に重力に加えて遠心力が働くようにみえる。重力の輪に沿う方向の成分 F〔N〕は $F=-mg\sin\theta$ で，遠心力の輪に沿う方向の成分 R〔N〕は $R=$ [イ] で与えられる。これらの合力を $G=F+R=-ma\sin\theta$ と書くと，a は g，r，ω，θ のみを用いて $a=$ [ロ]〔m/s^2〕と表される。$G=0$ を満たす点には小球を静止させることができる。 そのような点をつりあい点と呼ぶ。$\theta=0$ と π の２点はつりあい点である。小球がつりあい点から微小な変位をしたとき，小球に働く合力の向きが変位の向きと同じ場合には，つりあい点を不安定点と呼ぶ。一方，合力の向きが変位の向きと逆の場合，つりあい点を安定点と呼ぶ。

上で求めた合力の $\theta=\pi$ の点の付近での振舞いを調べてみよう。$\theta=\pi+\varDelta\theta$ として，円周方向に沿った微小な変位 $x=r\varDelta\theta$ を使い，$G\fallingdotseq mxb$ と書くと，b は g，ω，r のみを用いて $b=$ [ハ] と表される。b は ω の値によらず正であるから，$\theta=\pi$ の点は必ず不安定点になっている。

一方，$\theta=0$ の点の付近では，上と同様に，微小な変位 $x'=r\varDelta\theta$ を使い，$G\fallingdotseq mx'b'$ と書くと，b' は g，ω，r のみを用いて $b'=$ [ニ] と表される。したがって $\theta=0$ の点は，ω がある角速度 ω_0〔rad/s〕より小さい場合には安定点，ω_0 より大きい場合には不安定点になっている。この角速度 ω_0 は g，r のみを用いて $\omega_0=$ [ホ] と表される。$\theta=0$ の点が安定点であるとき，この点の付近での単振動の周期は [ヘ]〔s〕と表される。

$\theta=0$ の点が不安定点であるとき，新しいつりあい点が $\theta=0$ と $\theta=\pi$ 以外のところにできる。このつりあい点は安定点であり，輪の最下点 A から測った高さは g，r，ω のみを用いて [ト]〔m〕と表される。

< Note >

(2)　次に，この小球をまっすぐで滑らかな長さ $2L$〔m〕の針金 AOB 上を動くように取り付ける。この針金を，図２のように鉛直方向から角度 ϕ〔rad〕$\left(0<\phi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 傾け，中点Ｏを通る鉛直線の回りに角速度 ω〔rad/s〕(>0) で回転させる。

　このとき，ω がある角速度 ω_0〔rad/s〕より小さければつりあい点は針金上に存在せず，ω が ω_0 を越えるとつりあい点ができる。この角速度 ω_0 は $\omega_0=$ **チ** と表される。この条件が満たされているときには，つりあい点は，｛**リ**：①　中点Ｏより上　②　中点Ｏ　③　中点Ｏより下｝の位置にある。また，針金とともに回転する観測者が，つりあい点よりわずか下に静かに小球を置くと，この小球は，

｛**ヌ**：①　速さを増しながら点Ａに到達　②　一定の速さに落ち着きながら点Ａに到達
③　つりあい点のまわりで単振動　④　点Ｏを中心に単振動
⑤　速さを増しながら点Ｂに到達　⑥　一定の速さに落ち着きながら点Ｂに到達｝

する。

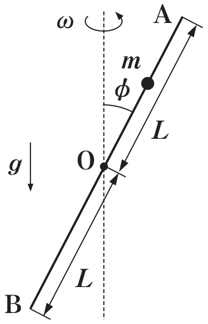


図２

< Note >

第３講　電磁気学Ⅰ

1

次の文を読んで，［　　］には適した式または数値を，［- - -］には適切なグラフを，｛　　｝からは適切なものを選びその番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，［［　　］］はすでに［　　］で与えられたものと同じ式を表す。また，問 1，問 2 では指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

図 1 のように幅 w，長さ l の長方形の 2 枚の極板 A，B が間隔 d で向かい合わせに配置された平行板コンデンサーを考える。不導体(絶縁体）で作られた水平でなめらかな台の上に極板 A，B は固定されており，その間にあらかじめ帯電していない幅 w の直方体の金属板が極板 A，B と接触しないように挿入されている。これらはすべて不導体の気体中にあり，その気体の誘電率を ε とする。極板は図 1 のように起電力 V の電池と接続されている。

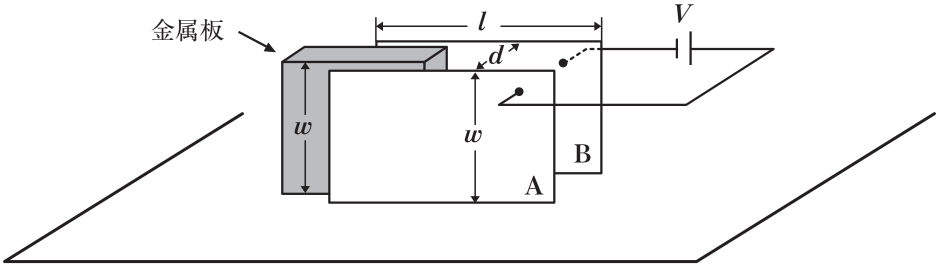


図 1

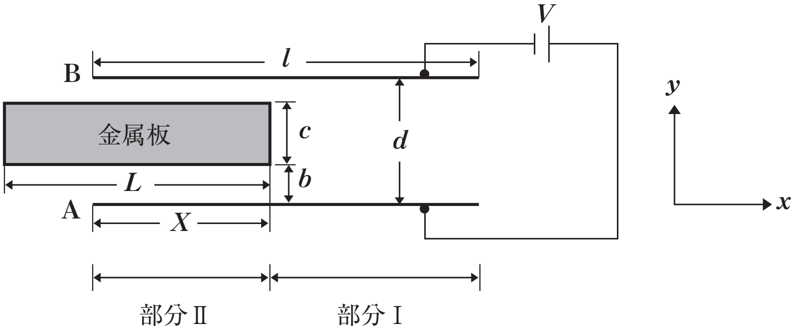


図 2

図 2 は図 1 を台の上方から見たものである。金属板は厚さ c，長さ L であり，極板に平行に極板 A から距離 b 離れ，コンデンサーの左端から長さ X だけ挿入されている。ここで図 2 の右側に示すように x 軸，y 軸を定義し，図 2 の右向きを x の正方向，上向きを y の正方向とする。以下では，極板と金属板の端における電場(電界)の乱れは無視でき，電場は全て y の正方向のみを向いているとする。

＜ Note ＞

このコンデンサーは，図２に「部分Ｉ」として示した極板間に金属板が存在しない部分と，「部分Ⅱ」として示した極板間に金属板が存在する部分の２つの並列コンデンサーとみなすことができる。このコンデンサーに蓄えられたエネルギーは［イ］である。

このコンデンサーの部分Ｉについて y の正方向の電位の変化をグラフに表すと，図３のようになる。図３では，極板Ａからの距離を横軸 y にとり，極板Ｂの電位を０とした。この図を参考に，部分Ⅱについて y の正方向の電位の変化をグラフに表すと［ロ］のようになる。（グラフには $y=b$ での電位を式で記入せよ。）

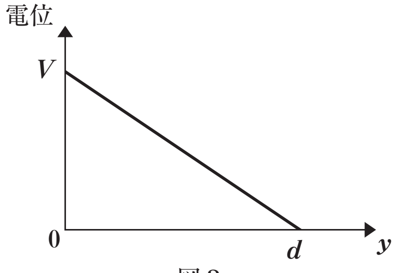


図３

このコンデンサーの部分Ｉに蓄えられたエネルギーを部分Ｉの極板間の電場の強さ E を用いて表すと，［ハ］$\times wd(l-X)$ となる。$wd(l-X)$ は部分Ｉの極板間の空間の体積であるから，その空間には単位体積あたり［ハ］のエネルギーが蓄えられていると考えることができる。このように考えた場合，部分Ⅱの極板間の金属板内に蓄えられる単位体積あたりのエネルギーは［ニ］となる。

ところで，図２の金属板には静電気力がはたらくことがわかっている。このことをつぎのように調べてみよう。ここで，電池の内部抵抗，電池とコンデンサーの間の配線の電気抵抗，金属板内部の電気抵抗，金属板と台の間の摩擦は，いずれも無視できるものとする。

まず，金属板にはたらく静電気力の x 軸に平行な成分について考えよう。静電気力の x 軸に平行な成分につりあう外力を金属板に加え，極板Ａからの距離 b を保ったまま，極板間に存在する金属板の長さを X から $X+\Delta X$ まで微小変化させたとしよう。このときのコンデンサーに蓄えられたエネルギーの変化量は［ホ］である。また，この間に電池がした仕事は［ホ］×［ヘ］である。コンデンサーに蓄えられたエネルギーの変化量から電池のした仕事を引いたものが，外力が金属板にした仕事に等しい。このことから，金属板にはたらく静電気力の x 軸に平行な成分の大きさを求めると［ホ］÷［ト］となる。また，その方向は｛チ：①　x の正方向　②　x の負方向｝である。

< Note >

問１　金属板にはたらく静電気力の y 軸に平行な成分の大きさはいくらか。その理由とともに記述せよ。

$V=10\mathrm{kV}$, $\varepsilon=8.9\times10^{-12}\mathrm{F/m}$, $w=20\mathrm{mm}$, $l=40\mathrm{mm}$, $d=5.0\mathrm{mm}$ のとき，$c=3.0\mathrm{mm}$, $L=20\mathrm{mm}$ の金属板を $b=1.0\mathrm{mm}$ として極板間に $X=15\mathrm{mm}$ 挿入した。このときに金属板にはたらく静電気力の x 軸に平行な成分の大きさを有効数字２けたで求めると，［リ］N となる。

問２　図２の金属板の代わりに，外形はまったく同じでその内部が空洞になっている金属箱を極板間に挿入することにする。また，その空洞内には誘電率 ε の不導体の気体が入っているとする。この金属箱にはたらく静電気力の x 軸および y 軸に平行な成分は，図２の金属板を用いたときに比べ，それぞれどう変化するか。その理由とともに記述せよ。

< Note >

2

次の文を読んで，[　　　]に適した式をそれぞれの解答欄に記入せよ。文末の問１では指示された条件のグラフを，問２では｛　　　｝から正しいものを選んでその番号を，問３では適切な文章を，それぞれの所定の解答欄に記入せよ。

図１のように，鉛直軸方向に滑らかに動く質量 M のピストン板と固定された底板からなるシリンダーの中に，誘電率が ε の理想気体が n モル(mol)封入されている。両板はともに熱の伝導性がよいため，シリンダー内の気体は常に外気と同じ絶対温度 T に保たれるとする。また，両板はともに面積 A の円盤状の導体で，回路につないでスイッチＳを閉じることにより，両板間に電圧 V をかけることができる。ただし，シリンダーの側面とハンドルは絶縁体でできているとする。ハンドルの質量と ε の気体密度依存性は無視できるものとし，重力加速度を g，外気の圧力を P，気体定数を R とする。また，両板間の距離を z とし，力や電界の向きに関しては，鉛直上向きを正の方向とする。

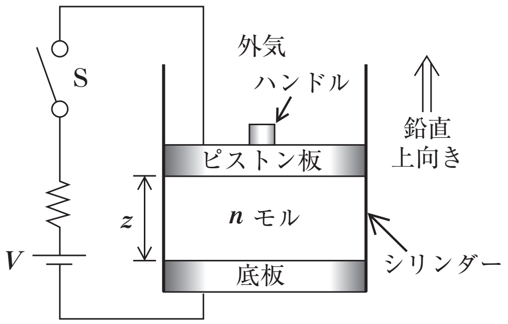


図１

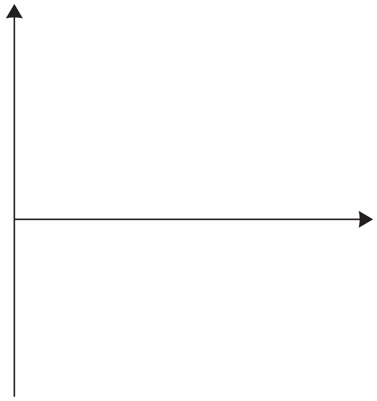
(1)　まず，スイッチＳが開いた状態で，ピストン板と底板はそれぞれ Q，$-Q$ $(Q>0)$ の電荷を帯びているものとする。これらの電荷は両板の互いに向かい合っている面のみに，それぞれ一様な面密度 Q/A，$-Q/A$ で分布している。また両板の面積はともにじゅうぶんに大きいため，これらの電荷により両板間につくられる電界は，場所によらず一定の値[　あ　]である。この時ピストン板は，底板上の電荷がつくる電界が及ぼす引力を受ける。[　あ　]が，ピストン板上の電荷がつくる電界と底板上の電荷がつくる電界との和であることに注意すると，ピストン板にはたらく静電気力が[　い　]であることがわかる。

< Note >

(2)　次に，ピストン板を静止させたままスイッチＳを閉じて，両板間に一定の直流電圧 V をかけた。そして，ピストン板を手で支えながらゆっくり移動させ，両板間の体積が zA の位置で静止させたとする。時間が経過して電荷の移動がなくなった状態において，ピストン板を静止させておくのに必要な力を $F(z)$ とする。この $F(z)$ は，V を用いて [う] と表される。[う] の式から，V がある閾値 $V_c=$ [え] より小さければ，$F(z)$ は $z=a_+$, $z=a_-$ $(a_+>a_-)$ の２ヶ所でゼロになる。つまり，これらの２ヶ所においては，支えていた手を離してもピストン板はその場に静止したままである。両板が全く帯電していないときに $F(z)$ がゼロとなる位置を $z=a_0=$ [お] とすると，a_+ と a_- は a_0 と V_c を用いてそれぞれ [か]，[き] と表される。

問１　$V<V_c$ の場合の $F(z)$ の概形を描け。ただし，$z=a_+$，a_- の位置，及び a_0 よりじゅうぶんに大きい z における $F(z)$ の漸近線を図中において明示せよ。

〔解答欄〕



問２　$V<V_c$ の場合に，$z=a_+$ あるいは a_- からずれたところでピストン板を支えていた手を離したとする。手を離した位置が(A) $z<a_-$，(B) $a_-<z<a_+$，(C) $z>a_+$ という３つの場合において，離した直後のピストン板のふるまいは｛①　鉛直下向きに移動する，②　静止したまま，③　鉛直上向きに移動する｝のいずれであるのか，それぞれ該当する番号を選択して答えよ。

問３　一方，$V>V_c$ の場合にはピストン板から手を離すと，ピストン板はどのようにふるまうか，簡潔に説明せよ。

< Note >

第３講　確認テスト

次の文を読んで，[　　　]には適した式を，{　　　}からは正しいものを選びその番号を，また[[　　　]]には 25 字～ 50 字の適切なことばを，それぞれ記せ。なお，必要な場合には，微小量 x および任意の実数 k に対して成り立つ近似式，$(1+x)^k \fallingdotseq 1+kx$（ただし，$|x| \ll 1$）を用いよ。

同じ長方形の 2 枚の導体極板 A，B が間隔 d で向かい合わせに配置された平行板コンデンサーを考える。コンデンサーは空気中にあり，空気の誘電率を ε とし，極板の端における電界の乱れは常に無視できるものとする。

(1)　図 1 のように，極板 A，B の辺の長さを a，l とし，極板間に起電力 V の電池とスイッチ K を直列につなぐ。スイッチを閉じて十分に時間がたってからスイッチを開いたとき，コンデンサーに蓄えられたエネルギーを，充電された電気量 Q を用いて表すと[　イ　]である。

充電されたコンデンサーの極板はクーロン力により互いに引力を及ぼしあっている。この力に抗して一方の極板に外力を加え，極板間の間隔を $d+\Delta d$ まで微小変化させたとすると，この変化によるコンデンサーのエネルギーの変化量は[　ロ　]である。このエネルギーの変化量が外力のした仕事に等しいことから，極板間の引力は[　ハ　]に等しいことが分かる。この力の大きさをコンデンサー内の電界の強さ E を用いて表し，極板の単位面積あたりの力を求めると[　ニ　]となる。

(2)　次に，向かい合った極板の面積を同時に変えることができる平行板コンデンサーを考えよう。図 2 のように，両極板はいずれも同じ幅 a の 2 枚の薄い導体板を部分的に重ねて作られている。極板の左右の端には極板間に薄い絶縁性の側板が取り付けられており，右側の側板 W を左右に動かして導体板の重なりを調整することにより，極板の面積を変えることができる。このとき，重ねられた導体板は常に接触しているが摩擦なしに滑らせることができ，また，極板間の間隔 d の変化はないとする。このコンデンサーを充電したとき，側板には，上下の極板が押しつける力のほかに横向きの力が働くことが，以下のようにしてわかる。この横向きの力の性質を調べてみよう。

(a)　始めに，極板の左右の長さを l に保ち，(1)の場合と同様に，回路のスイッチ K を閉じて充電した後，スイッチを開いておく。ここで，側板に働く横向きの力に抗して側板 W に外力を加え，極板の長さを $l+\Delta l$ まで微小変化させたとしよう。この変化によるコンデンサーのエネルギーの変化量を，充電された電気量 Q を用いて表すと，[　ホ　]である。このことから，微小変化の間は側板に働く力の大きさは一定であるとみなして側板に加えた外力を求めると，[　ヘ　]となる。

< Note >

(b)　再び極板の長さを l に戻した後，今度はスイッチ K を閉じたまま，やはり側板 W に横向きの外力を加え，極板の長さを $l+\Delta l$ まで微小変化させたとしよう。この場合に，コンデンサーに蓄えられたエネルギーの変化量は［ト］であり，また，この間に電池がする仕事は，蓄えられた電気量の変化を考慮すれば，［チ］である。したがって，この場合に加えた外力は［リ］となる。

以上より，このコンデンサーの側板 W に働く横向きの力の方向は，(a)の場合には図 2 の｛ヌ：①左方向，②右方向｝，また，(b)の場合には図 2 の｛ル：①左方向，②右方向｝であることが分かる。この力の大きさをコンデンサー内の電界の強さ E を用いて表し，側板 W の単位面積あたりの力を求めると，(a)，(b)のいずれの場合も，［ヲ］となる。このような横方向の力が生じるのは，［ワ］が原因である。

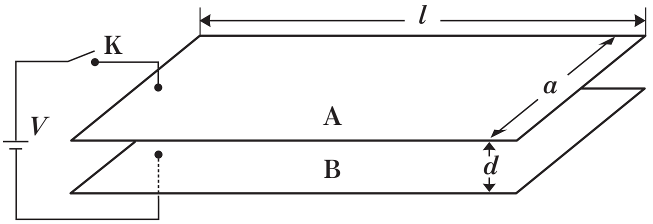


図 1

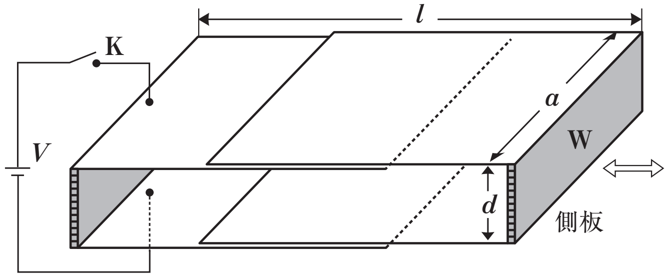


図 2

< Note >

第４講　電磁気学Ⅱ

1

次の文章を読んで，［　　　］に適した式か値を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，［［　　　］］は，すでに［　　　］で与えられたものと同じ式を表す。また，問１，問２では指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。ここで，円周率は π，真空中の誘電率は ε_0 とする。

(1)　電気容量の機能および抵抗の機能を備えているコンデンサーについて考える。

図１に，ある物質を２枚の平らな金属板の電極ではさんだコンデンサーと，直流電源からなる回路を示す。この物質は，底面積 S で高さ h の円筒形をしていて，内部は均一である。まず，両端の端子に直流電源を用いて直流電圧 V_0 を加えると，一定に落ち着いた状態において直流電流 I_0 が流れた。ここで，電界としては電極に垂直なもののみが存在していると仮定してよい。このとき，抵抗は［　イ　］と表される。また，この物質の抵抗率は［　ロ　］と求められる。

次に，図２に示すように，交流電源を用いて，同じコンデンサーに角周波数 ω が ω_0 である交流電圧 $V_0 \sin \omega_0 t$ を加え，一定に落ち着いた状態となった。もしこれが，コンデンサーではなく抵抗値が［［　イ　］］の純粋な抵抗ならば，交流電流として［　ハ　］が流れる。しかし，実際には図３に示すような電流が流れたので，このコンデンサーは抵抗の機能と電気容量の機能をともに備えていることが確認できた。以下では，このコンデンサーを図４の等価回路で考える。電気容量の機能のみのコンデンサーの場合，流れる電流は電圧より位相が［　ニ　］だけ進む。しかし，ここでは図３の位相関係にあるので，図４に示された電気容量は［　ホ　］であり，電極ではさまれた物質の比誘電率は，［　ヘ　］と求められる。また，交流電流の振幅値は，I_0 を用いて［　ト　］である。

問１　(1)とは異なる抵抗率の物質を用いて，角周波数が $2\omega_0$ のときに，交流電圧に対する交流電流の位相のずれが(1)と同じく $\dfrac{\pi}{4}$ となるコンデンサーを設計する。(1)の場合と比誘電率および形状が全く同じ物質を用いる場合，物質の抵抗率は(1)の場合と比較して何倍にすればよいかを説明せよ。導出過程も合わせて示せ。

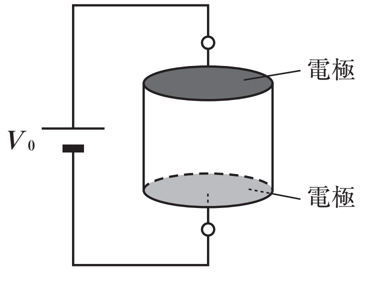


図１

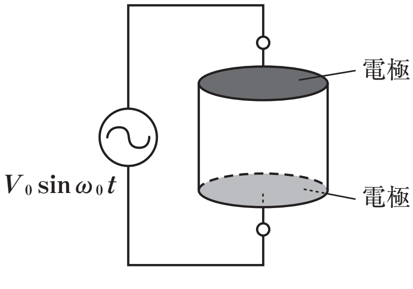


図２

＜ Note ＞

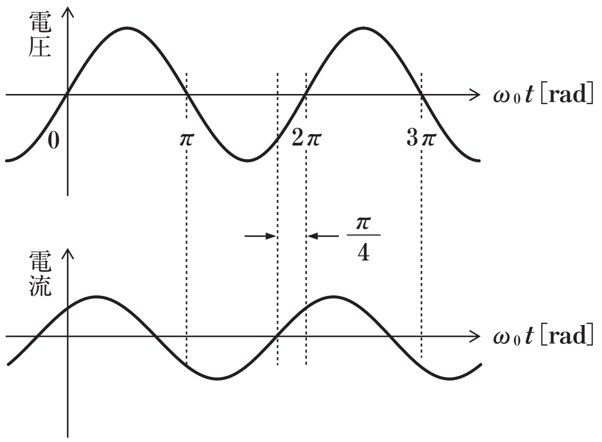


図３

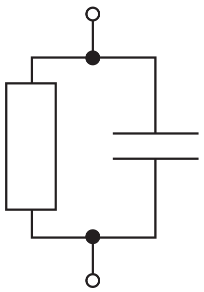


図４

(2)　図１と図２に示したコンデンサーの特性が，(1)の検討から，図４のように表せることがわかったので，ここでは直流電圧を加えた直後のこのコンデンサーの動作について考察しよう。図５に示すような，ある一定の内部抵抗 r をもち電源電圧が V_0 である直流電源を用いた場合，このコンデンサーに加わる電圧や流れる電流は，スイッチを閉じた直後は変化し，しばらくして一定に落ち着いた。この現象は，以下のように理解できる。

一般に，電気容量 C のコンデンサーに電荷 Q が蓄積されているとき，コンデンサーの両端に現れる電圧は［チ］である。図５の場合には，スイッチを閉じた直後には電気容量の部分に電荷は存在しないので，コンデンサーの両端の電圧は［リ］となり，電流は［ヌ］となった。一方, 十分に時間が経過した後, 電圧が一定となる状態においては, 電気容量の部分には電荷が一定に蓄積されていて電荷の出入りはなく，電流は［ル］となった。このような電流の時間変化の様子は，図６のようになった。

問２　電流が図６に示すように流れたことをふまえて，コンデンサーの両端の端子間に現れる電圧の変化を，縦軸を電圧，横軸を時間とするグラフで示せ。ここで，スイッチを閉じた瞬間の電圧値と，電圧の値が一定に落ち着いた後の電圧値をグラフ内に明記すること。導出過程も合わせて示せ。

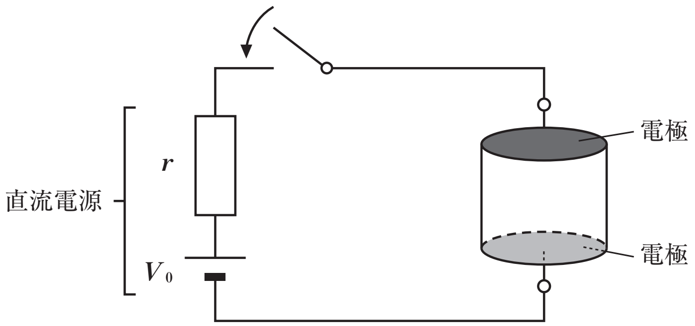


図５

< Note >

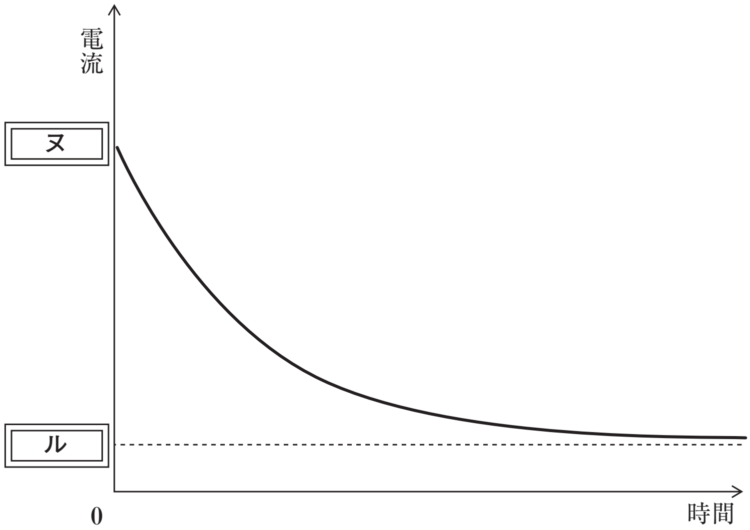


図６

< Note >

2

次の文を読んで，文中の［　　　］に適した式を，それぞれの解答欄に記入せよ。また，問１では指示にしたがって所定の解答欄に記入せよ。

磁石を傾斜したアルミニウム板の上で滑らせると，力学的摩擦が無視できる場合でも，磁石の滑り落ちる速さは短時間のうちにほぼ一定値に達する。これは，磁石の運動にともなってアルミニウム板の内部にうず電流が生じ，このうず電流から磁石が力を受けるために起こる現象である。以下の装置は，この現象をモデル化したものである。

図１のように，水平面に対し角度 θ で傾斜させた滑り台状のプラスチックの板の上から，質量 m の磁石を滑らせる。磁石の大きさは幅 a，長さ b で，厚みは薄いものとする。また磁石の真下には磁石の底面に垂直下向きの強い一様な磁束密度 B が生じており，その他の位置への磁束密度はここでは考慮しないことにする。板には磁石がなめらかに滑るような幅 a の溝があり，溝の底面には幅 a，長さ b，電気抵抗 R の長方形の閉じた電線(一巻きのコイル) L_1，L_2，…，L_n，L_{n+1}，…が，お互い電気的に絶縁されてすき間なく多数埋め込まれている。電線の太さは無視できるものとし，またコイル間の相互インダクタンスは無視でき，コイルの自己インダクタンスも十分に小さく，誘導起電力に応じて電流は十分速く変化するものとする。重力加速度を g とし，磁石と板との間の摩擦力および空気抵抗は無視できるものとする。

この状況では，滑り出して一定時間の後には，磁石の運動は，近似的に等速度運動になる。このときの速度を終端速度という。

(1)　まず，磁石が速さ V の終端速度で運動する場合を考える。

上から n 番目のコイル L_n の上端に磁石が達した時刻を $t=0$ とし，それを基準に測った時刻を t とする。このとき，コイル L_n を貫く磁束は，$0<t<b/V$ のとき $BaVt$，$b/V<t<2b/V$ のとき［イ］，その他の時刻では０となる。コイル L_n に誘導される電流は，上から見て時計回りを正方向にとると，$0<t<b/V$ のとき［ロ］となり，$b/V<t<2b/V$ のとき［ハ］となる。したがって，磁石がコイル L_n におよぼす力は，傾斜した板の表面に沿って下向きを正にとると，$0<t<b/V$ のとき［ニ］であり，$b/V<t<2b/V$ のとき［ホ］である。

このことから，すべてのコイルから磁石が受ける力 F は，斜面に平行に下向きを正にとると，$F=-CV$ と表すことができ，$C=$［ヘ］となる。磁石に働く重力も考慮すると，速さは $V=$［ト］と求められる。（［ヘ］と［ト］は F，C，V を用いずに表せ。）

＜ Note ＞

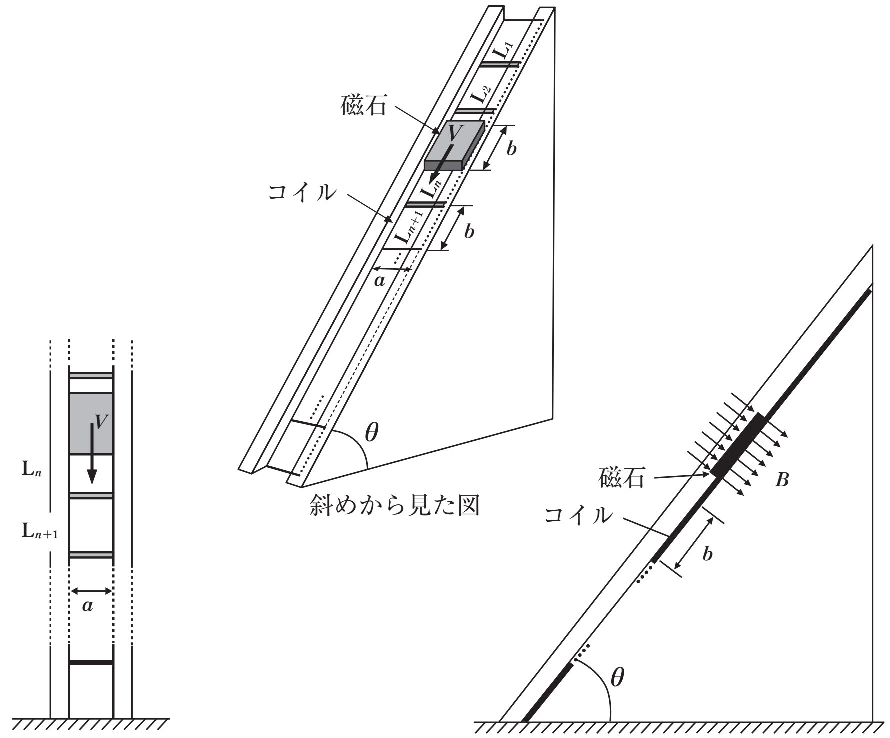


図１

(2)　次に，磁石を静止状態から $t=0$ で静かに離した後，速度が終端速度(大きさ V)に近づく様子を考える。((1)の場合とは時刻の原点が異なることに注意せよ。)

時刻 t における磁石の速さを $v(t)$ とすると，(1)の場合と同様に，コイルから磁石が受ける力 F は，$C=$ **ヘ** を用いて，$F=-Cv(t)$ と表すことができる。(F および $v(t)$ は，斜面に平行に下向きを正にとるものとする。)

したがって，微小時間 Δt を用いて，t から $t+\Delta t$ までの平均加速度を $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ で表すと，磁石に関する運動方程式は $m\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=$ **チ** と書ける。(**チ** は C を含む式で表せ。) ここで V と $v(t)$ との差に注目し $w(t)=V-v(t)$ とおくと，この運動方程式より，$\dfrac{\Delta w}{\Delta t}$ は w に比例し，$\dfrac{\Delta w}{\Delta t}=$ **リ** w と書き表せる。(**リ** は m と C を用いて表せ。)

この方程式と同様の式で表される現象のひとつに原子核の崩壊がある。原子核の崩壊においては，時刻 t における原子核の個数を $N(t)$ とすると，十分に短い時間 Δt の間の変化率 $\dfrac{\Delta N}{\Delta t}$ は $N(t)$ に比例し，正の係数 β を用いて $\dfrac{\Delta N}{\Delta t}=-\beta N$ と表せる。このような $N(t)$ は，$N(t)=N(0)e^{-\beta t}$ と書けることが知られている。($e \fallingdotseq 2.72$ は自然対数の底である。)

< Note >

したがって，$\dfrac{\Delta w}{\Delta t}=$ [リ] w から，$v(t)=$ [ヌ] と求められる。（[ヌ] は C を含む式で表せ。）次に，磁石がどのように終端速度に近づいていくかを考える。まず，$w(t)=V/e$，すなわち，$v(t)=(1-e^{-1})V\fallingdotseq 0.63V$ となる時刻 t_0 を考えると，m と C を用いて，$t_0=$ [ル] と表される。この t_0 を緩和時間という。t_0 を用いると，$t=2t_0$ では $v(t)\fallingdotseq 0.86V$，$t=3t_0$ では $v(t)\fallingdotseq 0.95V$ となり，磁石の運動が，速さ V の等速度運動に近づいていくことがわかる。

問１　$m=2.0$g，$\sin\theta=0.80$，$\cos\theta=0.60$，$a=1.0$cm，$b=1.5$cm，$R=1.0\times10^{-3}\Omega$，$B=0.50$T，$g=9.8\mathrm{m/s^2}$ の場合について，(a)終端速度の大きさ V，および，(b)緩和時間 t_0 を計算し，それらの値を，有効数字２けたで単位をつけて，それぞれ所定の解答欄(a)，(b)に記入せよ。

＜ Note ＞

第４講　確認テスト

次の文を読んで，［　　］に適した式をそれぞれ記せ。

電気容量 C〔F〕のコンデンサー，自己インダクタンス L〔H〕のコイルとスイッチ S からなる回路が，図１のように，十分に長い２本の平行な導体のレールに接続されている。２本のレールは，間隔が D〔m〕で，水平面に対して角度 θ〔rad〕だけ傾いていて，その上に質量 M〔kg〕の導体棒が水平に置かれている。レールと導体棒に垂直に磁束密度 B〔Wb/m^2〕の一様磁界がかけられている。導体棒はレール上を水平なまま，摩擦なく動くとし，レールに沿った下向きを正の向きとする。また，導体棒，レール，コイルの電気抵抗は全て無視できるとする。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

(1)　スイッチを切り，帯電していないコンデンサーだけを接続し，導体棒を静かに離す。導体棒がレールを滑り落ち，レールに沿った速度が v〔m/s〕になった時，コンデンサーに蓄えられた電気量 Q〔C〕は，$Q=$［ア］で与えられる。この時，導体棒を流れる電流を I〔A〕，レールに沿った加速度を a〔m/s^2〕とすると，導体棒の運動方程式は，$Ma=$［イ］と表される。さらに短い時間 Δt〔s〕の間に導体棒の速度が Δv〔m/s〕，コンデンサーの電気量が ΔQ〔C〕だけ増えたとすると，I と a の関係は，C，B，D を用いて $I=$［ウ］$\times a$ となる。これらの式から，導体棒が滑り落ちている時の電流 I は，$I=$［エ］で与えられることがわかる。

(2)　スイッチを入れ，コンデンサーとコイルを接続する。はじめ，コイルを流れる電流は０で，コンデンサーは帯電していなかったとする。この状態で，静かに導体棒を離す。導体棒が x〔m〕だけ滑り落ちた時，導体棒の速度を v〔m/s〕，コイルに流れている電流を I〔A〕，コンデンサーに蓄えられた電気量 Q〔C〕とする。さらに導体棒は短い時間 Δt〔s〕の間に $\Delta x=v\Delta t$〔m〕だけ移動した。電流の増加量を ΔI〔A〕とすると，$\Delta I=$［オ］$\times\Delta x$ という関係式が得られる。この関係式より，導体棒が x〔m〕だけ滑り落ちた時の電流は $I=$［カ］と与えられることがわかる。したがって，この時の，コンデンサーとコイルに蓄えられるエネルギーを含めた全エネルギー E〔J〕は，はじめの全エネルギーの値を０とすると，$E=$［キ］$\times v^2+$［ク］$\times x^2-Mgx\sin\theta$ と表される。

この導体棒の運動を調べるために，図２の力学的な系を考える。ここで，質量 m〔kg〕と M〔kg〕の物体は台上を摩擦なく動き，質量の無視できるひもで摩擦なく動く滑車 K を通して結ばれている。質量 m の物体につながれているばねの伸びを x〔m〕，その時の物体の速度を v〔m/s〕としたときに，全エネルギーの表式が上の全エネルギー E の表式と一致するには，m は，B，C，D を用いて $m=$［ケ］，ばね定数 k〔N/m〕は B，D，L を用いて $k=$［コ］となっていなければならない。この考察により，図１の系の導体棒が単振動をし，その周期は L，C，M，B，D を用いて［サ］〔s〕と表されることがわかる。

＜ Note ＞

また，この周期が図３の共振回路の共振の周期と同じであるとすると，図３の中の右側のコンデンサーの電気容量 C'〔F〕は $C' =$ **シ** と表される。この意味で，導体棒はコンデンサーと同等の役割をしていることがわかる。

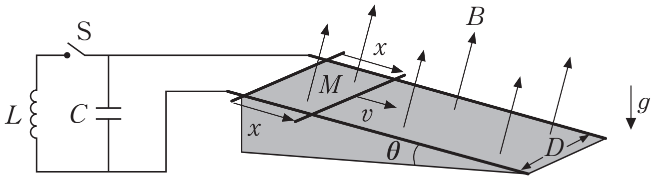


図１

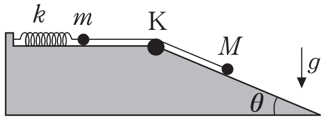


図２

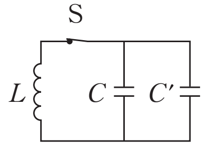


図３

< Note >

第５講　波動Ⅰ

1

次の文を読んで，[　　　]には適した式を，また，{　　　}には適切なものの番号を一つ選んで，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，[[　　　]]はすでに[　　　]で与えられたものと同じとする。

晴れた寒い夜や，上空に強い風が吹いているとき，地上の音源から遠く離れた場所でその音が大きく聞こえることがある。この現象を理解するために，大気の状態を図１のように簡単化して考察してみる。すなわち，水平な２つの境界面(境界面Ⅰおよび境界面Ⅱ)を境にして大気が３つの層から成っており，地表から境界面Ⅰまでの層では音速が v_1 で無風状態，境界面Ⅰから境界面Ⅱまでの層では音速が v_2 で無風状態，さらに境界面Ⅱ以上の層では(無風時の)音速が v_3 であって，風速 w の風が左から右に向かって水平方向に吹いているとする。この状況において，地上の音源Ｘより，鉛直から右へ角度 θ_1 をなす方向に発せられた音波の，各境界面での屈折・反射を考えよう。境界面Ⅰでの音波の屈折角を θ_2，境界面Ⅱでの屈折角を θ_3，反射角を θ_4 とする。

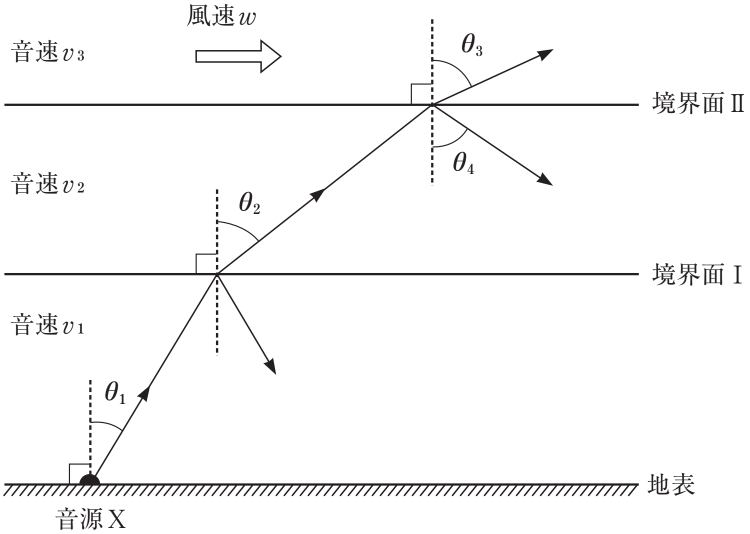


図１

境界面Ⅰは地表から十分離れており，そこに届いた音波は平面波と見なせる。このとき，境界面Ⅰにおける入射角と屈折角の関係を与える式として，$\dfrac{v_1}{v_2}$ を θ_1，θ_2 を用いて表す関係式

$$\frac{v_1}{v_2} = \boxed{\quad ア \quad}$$

が成り立つ。次に，境界面Ⅱにおける入射角と屈折角の間の関係式をホイヘンスの原理にもとづいて考えよう。図２において，速さ v_2 で進む入射波の波面 PQ が境界面Ⅱに達すると，Ｐから素元波が発せられ球面状に広がっていく。Ｐが境界面Ⅱに達してから時間 t の後，Ｑが境界面上のＳに達したとする。このとき，Ｐから発せられた素元波のなす半円の中心は

< Note >

水平右方向の風のために点 P′ まで移動している。S からこの半円に対して引いた接線 RS が屈折波の波面である。距離 $\overline{\mathrm{PP'}}$，$\overline{\mathrm{P'R}}$，$\overline{\mathrm{QS}}$ を v_2，v_3，w，t を用いて表すと，

$\overline{\mathrm{PP'}}$＝[イ]　　$\overline{\mathrm{P'R}}$＝[ウ]　　$\overline{\mathrm{QS}}$＝[エ]

である。したがって，境界面Ⅱでの入射角と屈折角の関係を与える式として，w を θ_2，θ_3，v_2，v_3 を用いて表す関係式

w＝[オ]　…………………………………………………………………(1)

が成り立つ。この境界面Ⅱを透過した屈折波の波面は，鉛直からの角度 θ_3 方向に，v_3，w，θ_3 で表される速さ [カ] で進んでいく。また，境界面Ⅱにおける入射角 θ_2 と反射角 θ_4 の関係を与える式として [キ] が成り立つ。

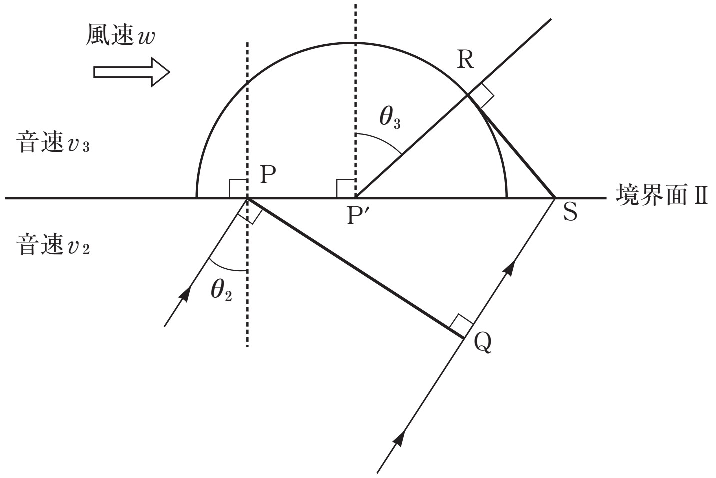


図２

さて，音源から遠く離れた地点でその音が大きく聞こえるという現象は，今の場合音源 X から発せられた音波が境界面で全反射されて地上に返ってくる現象であると考えられる。まず，境界面Ⅰにおける全反射を考えよう。この全反射が起きるような角度 θ_1 が存在するためには，v_1，v_2 に関しての条件

[ク] <1

が成り立つ必要がある。つまり，境界面ⅠとⅡの間の層の気温が境界面Ⅰ以下の層の気温に比べて｛ケ：①高く，②低く｝なければならない。この条件が成り立っている場合，$\sin\theta_{\mathrm{A}}$＝[[ク]] で与えられる角度 θ_{A} よりも大きい θ_1 に対して境界面Ⅰでの全反射が起きる。

次に，境界面Ⅱでの全反射を考えよう。ここでの全反射が起きるためには，関係式(1)より，風速 w と音速 v_2，v_3 に関する条件

[コ] <1　…………………………………………………………………(2)

が成り立たなければならない。このとき，境界面Ⅱに対する入射角 θ_2 が，

$\sin\theta_{\mathrm{B}}$＝[[コ]]

で与えられる角度 θ_{B} よりも大きければ，境界面Ⅱでの全反射が起きる。θ_2 がちょうどこの角度 θ_{B} に等しくなるような音波が音源 X を発する角度 θ_1 を θ_{C} とする。このとき，$\sin\theta_{\mathrm{C}}$ は

＜ Note ＞

w, v_1, v_3 を用いて

$\sin\theta_C =$ [サ]

と与えられる。したがって，音源 X を発した音波が境界面Ⅱで全反射するためには，さらに

[サ] < 1 ……(3)

の条件も成り立っていなければならない。条件(2)と(3)が成り立っている場合，θ_C よりも {シ：①大きい，②小さい} 角度 θ_1 で音源 X を発し境界面Ⅰを透過した音波は，境界面Ⅱで全反射する。

< Note >

2

次の文を読んで，文中の［　　］に適した式または数値を，それぞれの解答欄に記入せよ。［［　　］］はすでに［　　］で与えられたものと同じものを表す。なお，微小量 $x(|x|\ll1)$ および実数 a に対して成り立つ近似式 $(1+x)^a\fallingdotseq1+ax$ を用いよ。

音波と電波の両方を同時に用いると，以下のようにしていろいろな高度での音速を測定することができ，測定された音速から大気の温度の高度分布を知ることができる。ここで音速を v_s で表し，電波の速さを真空中の光速 $c(=3.00\times10^8\,\mathrm{m/s})$ と等しいとする。音速 v_s は光速 c より十分小さいので $\dfrac{v_s}{c}$ は微小量であることに留意せよ。

大気は通常では電波を反射しない。しかし，図１に示すように音波を発射して大気の密度の増減を引き起こすと，電波を反射する面が音波の波長に等しい間隔でいく重にもあらわれ，地上から発した電波の一部は，これらの面で反射して再び地上に戻ってくる。この反射面の間隔は音波の振動数を f_s とすると［ア］である。

図１に示すように，地上から垂直に上空に向け，振動数 f_s の音波を短時間発した。音波を発して時間 t_1 後に，音波と同じ方向に，やはり短い時間だけ電波を発射したところ，電波を発して時間 t_2 後に地上に戻ってきた電波が観測された。このことから反射が生じた高度は $h=$［イ］であることがわかる。

電波に対しても音波など一般の波と同じようにドップラー効果を考えることができ，観測者および波源の動く速さが光速より十分に小さいときには，ドップラー効果の関係式は音波の場合と同じになる。よって，音速 v_s で上昇する仮想的な観測者には電波の振動数は発射した電波の振動数 f からずれてみえ，$f-\Delta f_1$ と表される。ここで，振動数のずれ Δf_1 は［ウ］となる。したがって，反射してきた電波を地上で測定すると，その振動数は $f-\Delta f_2$ と表すことができる。ここで，振動数のずれ Δf_2 は［エ］となり，これより高度 h における音速を知ることができる。

このような観測では地上に戻る電波が強いことが望ましい。そこで発射する電波の振動数 f を変えて繰り返し発射し，反射してくる電波の強度を観測した。その結果，電波の強度は振動数 f とともに大きく変化し，$f=f_0$ のとき最大になった。その理由を考えてみよう。電波の速さは音速 v_s で上昇する観測者に対しても光速 c に等しいので，振動数 f で発射した電波に対して，この観測者が見る波長は $\lambda=$［オ］となる。したがって，異なった反射面で反射される波が互いに強めあう条件は，自然数 n を用いて $\lambda=$［カ］となる。この関係式において $n=1$ とおくと，音速は電波の振動数 f_0 を用いて $v_s=$［キ］と表すことができる。ただし，$\dfrac{f_s}{f_0}$ は微小量なので，$\left(\dfrac{f_s}{f_0}\right)^2$ を含む項は無視せよ。

音速は高度とともに変化する大気圧には直接依存せず，大気を構成している分子の速さの平均（二乗平均速度）で近似的に与えられることがわかっているので，音速は絶対温度 T の［ク］乗に比例することになる。したがって，いろいろな高度で音速を測定すれば，それぞれの高度における大気の温度を知ることができる。例えば，ある観測の結果，$\dfrac{\Delta f_2}{f}=2.00\times10^{-6}$ であったとすると，Δf_2 が［［エ］］で与えられることを用いて，電波が反射された

＜ Note ＞

高度での音速は[　ケ　]m/s，温度は[　コ　]℃となる。それぞれ有効数字３桁および２桁で答えよ。ここで，音速は −3℃において 330m/s であるとして計算せよ。

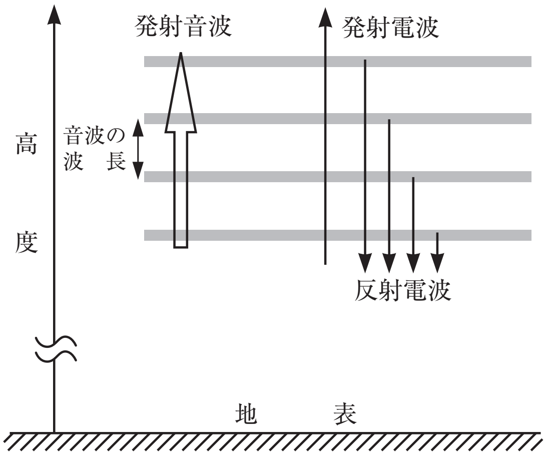


図１

＜ Note ＞

第５講　確認テスト

次の文を読んで，［　　　］には適した式を，｛　　　｝からは適切なものを選びその番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。また，問１～問３では指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

(1)　ホイヘンスの原理を用いると波の多くの現象が理解できる。図１に示すように，媒質１$(Y<0)$を速さv_1で進んだ波は，媒質２$(Y>0)$を速さv_2で進み屈折を起こす。角度θ_1で入射した線分ABを含む波面上の点Aは時刻t_0に境界に到達した。その後時刻t_Sに，点Bは境界上の点Sに達し，点Aは点Cに到達する。この間$(t_0<t<t_S)$の時刻tに境界に達する点Pと点Sの間の距離は，時刻tを用いると$\overline{PS}(t)=$［　あ　］である。また時刻tに境界上の点Pから放射され，時刻t_Sに点Qで波面CSに接する素元波の半径は，時刻tを用いると$\overline{PQ}(t)=$［　い　］である。以上から，媒質２の屈折角θ_2は，v_1，v_2を用いると$\sin\theta_2=$［　う　］となる。

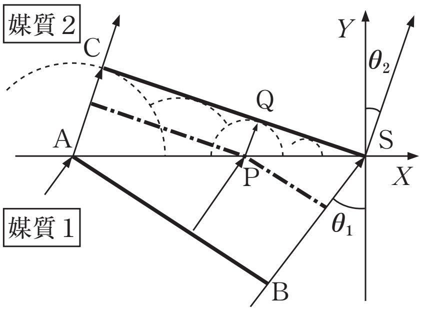


図１

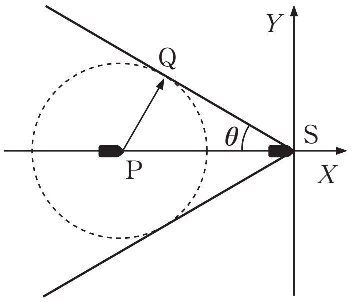


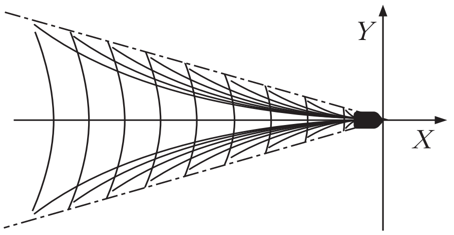
図２

(2)　浅い海の上を進む船は，くさび型の波面を伴う場合がある。(1)の結果を利用して，このくさび型の波面ができる条件を考えよう。船は大きさを持たず，図２に示すように，静止した水の上を一定の速さVでX軸上を進んで波を発生させたとする。時刻tでの船の位置を点Pとする。また，波の速さはcとする。船は，各時刻に変位が同じ(位相が同じ)である波長λの素元波を放射しながら進むとする。すなわち，図２の点Pから放射される素元波を，図１の点Pから放射される素元波と同様に扱うこととする。時刻t_Sに船が原点Sに到達した。このとき，図２のように，船は後方に原点を通るくさび型の波面を伴っていた。

問１　波面とX軸がなす角度θに対して$\sin\theta$を求めよ。くさび型の波面ができるときに，船の速さVと波の速さcが満たす条件式を導け。

< Note >

深い海の上を進む船の後ろにできる美しい波模様は，参考図のようにくさび型領域に限られる。このくさび型の領域は，問１の結果とは違って，船の速さにはよらない一定の角度を持つ。この違いは，波長より水深が深い場合には波長が短いほど水の波の速さが遅いという性質があることと，船が作る波は波長の異なる多くの波が重ね合わさっていることが原因である。この違いについて考えよう。



１点鎖線：くさび型領域の境界

参考図

⑶　はじめに，平面波の性質を調べよう。x 軸の正の方向に進む平面波の波長を λ，振動数を f とする。このとき，時刻 t，位置 x での波の変位 h は，三角関数を使って $h=a\sin\left(\dfrac{2\pi}{\lambda}x-2\pi ft\right)$ と書ける。ここで，a は平面波の振幅である。ただし，時刻 $t=0$，位置 $x=0$ での波の変位を 0 とおいた。この式に現れる $\dfrac{2\pi}{\lambda}$ は「波数」と呼ばれており，これを k とおく。また，角振動数 $\omega=2\pi f$ を用いると，次のように表現が簡単になる。

$$h=a\sin(kx-\omega t) \qquad \text{(i)}$$

座標 x と時刻 t を固定したときの $kx-\omega t$ の値をその位置 x と時刻 t での波の位相と呼ぶ。位相が一定の値(θ_0)である位置 x は，$kx-\omega t=\theta_0$ の関係を満たしながら，x 軸の正の方向に一定の速度 c で進む。この速度は平面波の「位相速度」と呼ばれている。波数 k と角振動数 ω を用いて表すと $c=$ **[え]** となる。

問２　図３には，式(i)で表される波の時刻 $t=0$ での変位 h が描かれている。図３を参考にして，時刻 $t=\dfrac{1}{4f}$ におけるこの波の変位 h の概略図を，$0\leqq x\leqq\dfrac{3}{2}\lambda$ の範囲で解答用紙の所定欄に書き入れよ。ただし，縦軸と横軸の数値と記号は図３と同じように記入せよ。

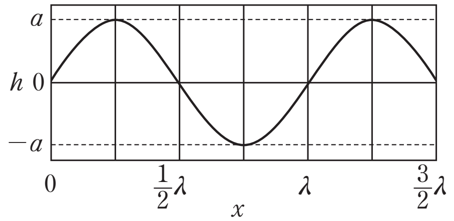


図３

< Note >

⑷　次に，波数 k と角振動数 ω がわずかに異なる２つの平面波，波１と波２の重ね合わせを考えよう。波１と波２の波数を $k_1=k+\Delta k$，$k_2=k-\Delta k$，角振動数を $\omega_1=\omega+\Delta\omega$，$\omega_2=\omega-\Delta\omega$ とする。また，波１と波２の振幅は等しく，a とする。ただし，Δk，$\Delta\omega$ は，それぞれ波数 k，角振動数 ω に比べその大きさが十分小さい定数であり，$\Delta k>0$ とする。このとき，波１の変位を $h_1=a\sin(k_1x-\omega_1t)$，波２の変位を $h_2=a\sin(k_2x-\omega_2t)$ と表すと，重ね合わせた波の変位 $h=h_1+h_2$ は，公式 $\sin(A+B)+\sin(A-B)=2\cos B\sin A$ を用いて，以下のように書ける。

$$h=h_1+h_2=2a\cos(\boxed{\text{お}})\sin(kx-\omega t)$$

重ね合わせた波の変位 h は，平面波の部分 $\sin(kx-\omega t)$ と，その振幅の変動を表す部分 $2a\cos(\boxed{\text{お}})$ の積になっている。この振幅の変動に着目して式(i)と比べると，この振幅の変動が速度 $\dfrac{\Delta\omega}{\Delta k}$ で伝わることがわかる。この振幅の変動が伝わる速度を「群速度」と呼び v_G とおく。

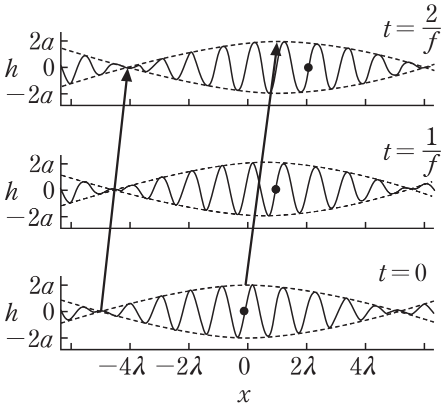


図４

図４には，重ね合わせた波の変位の時間変化の一例を描いた。ここで，振幅の変動を破線で表し，その腹と節の伝搬を矢印で，また $t=0$，$x=0$ における平面波の部分の位相と同じ位相を持つ点の位置を黒丸で，それぞれ示した。図４は，平面波の部分は位相速度 c で伝わり，その振幅の規則的な強弱は群速度 v_G で伝わることを表している。

群速度は波の形やその発展を決めるために重要であると共に，波のかたまりや波のエネルギーの伝搬を理解する上でも重要な物理量である。

波１と波２の位相速度が等しい場合，位相速度 c と群速度 v_G の関係は $\left\{\text{か}：①\ \ c>v_G\ \ ②\ \ c=v_G\ \ ③\ \ c<v_G\right\}$ である。このとき，$x=0$ の点で観測される波の変位 h の時間変化を，図５に示す。音のうなりと同じように変位 h の振動の強弱が規則的に観測される。単位時間当たりのうなりの数は角振動数を用いると $\boxed{\text{き}}$ である。

＜ Note ＞

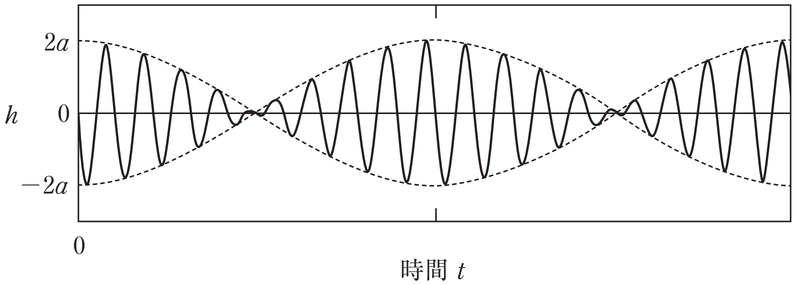


図５

問３　船の作る波の波長に比べ水深が十分深い場合，角振動数 ω と波数 k の間には，$\omega=\sqrt{gk}$ の関係が成り立つ。ここで，g は重力加速度の大きさである。このとき，群速度 v_G と位相速度 c をそれぞれ計算し，比 $\dfrac{v_G}{c}$ を求めよ。必要ならば，$\omega(k)=\alpha\sqrt{k}$ に対する次の近似式を用いよ。

$$\omega(k)\pm\Delta\omega=\omega(k\pm\Delta k)\fallingdotseq\omega(k)\pm\frac{\alpha\Delta k}{2\sqrt{k}}$$

深い海の上を進む船は多くの波長の波を作るので，重ね合わせの結果，振幅の大きな変動は群速度で伝わる。問３で求めた群速度と位相速度の関係から，波の伝わる範囲が狭まることが予想できる。さらに，波長の異なる多数の波の効果を考慮すると参考図のような波の模様が作られることを示すことができる。この船の作る波は，ケルビン波と呼ばれる。

< Note >

第６講　波動Ⅱ

1

次の文を読んで，［　　　］には適した式または数値を，｛　　　｝からは適切なものを選びその番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，［［　　　］］はすでに［　　　］で与えられたものと同じものを表す。また，問１～問３では，指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

図１に示すように，一端に振動板(スピーカー)を取り付けた円筒形の透明な容器に，ふたをして空気を密閉し，水平に置いた。ふたは，容器内の気圧が外気圧と等しくなるように水平方向(図１の x 軸方向)に動くが，音波によって振動することはないとする。また，この容器の内壁には，はじめ，軽い粉が水平方向に一様に薄く置かれている。容器内の空気は理想気体であるとする。

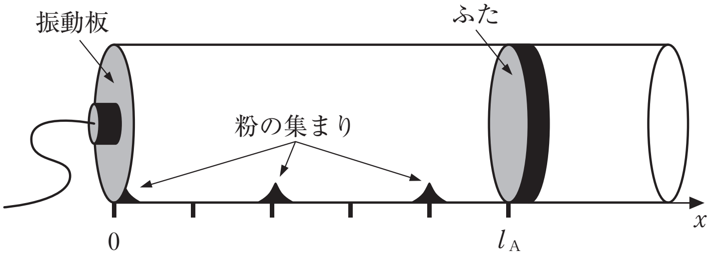
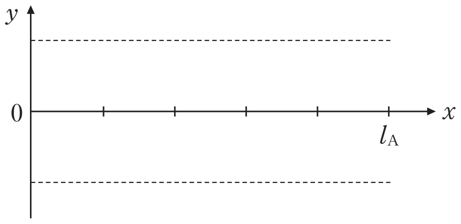


図１

まず，容器内の空気の絶対温度を T_A にした。このとき，気柱の長さ(振動板からふたまでの距離)が l_A になった。この状態で，振動板から単一振動数の音を発し，その振動数を変化させていったところ，振動数が f のとき，図１に示すように容器内の３ヶ所(うち１ヶ所は振動板近傍)に等間隔に粉が集まり，気柱が共鳴を起こしていることがわかった。なお，図１の x 軸は，気柱の左端を原点($x=0$)とした気柱の水平方向の座標軸であり，目盛りは $\frac{l_A}{5}$ の間隔で付けてある。

問１　粉の集まりの中心の位置(振動板近傍の集まりについては，振動板の位置 $x=0$)は，３ヶ所とも共鳴の定常波の腹の位置である可能性と，３ヶ所とも節の位置である可能性がある。また，この気柱の右端のふたは固定端であると考えてよいとする。気柱に生じた定常波による，ある時刻における各 x での空気の変位 y を，解答用紙のグラフに記入せよ。なお，グラフ中の破線は，その時刻における腹の位置での空気の変位を示す。空気の変位 y は x 軸の正の向きを正とする。

< Note >



気柱の共鳴音波の波長λ_Aおよび気柱内の音速V_Aは，l_Aとfを用いて，それぞれ$\lambda_A=$［　あ　］，$V_A=$［　い　］と表される。なお，この気柱が共鳴を起こす最も低い振動数はfを用いて［　う　］と表される。

気柱に定常波がある場合の，気柱の各点での空気の変位と空気の密度との間の関係を考えよう。定常波がない場合に，位置xと$x+\Delta x$（Δxは正の微小量）の間の筒状の領域を筒領域Ⅰと呼ぶ（図２参照）。定常波がある場合に，位置xにおける空気の変位をy，位置$x+\Delta x$における空気の変位を$y+\Delta y$とすると，筒領域Ⅰ内にあった空気は位置［　え　］と［　お　］の間の筒領域Ⅱに移動する。したがって，この２つの筒領域の空気の密度の比は，$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$を用いて

$$\frac{\text{定常波があるときの筒領域Ⅱの空気の密度}}{\text{定常波がないときの筒領域Ⅰの空気の密度}}=［\ か\ ］$$

と表される。したがって，問１のグラフの曲線の｛き：①　yが最大　②　yが最小　③　傾きが最大　④　傾きが最小｝の位置xが空気の密度が最小になる位置である。

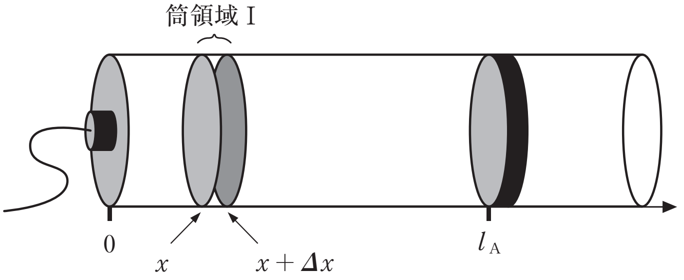


図２

問２　問１のグラフのx軸上に，問１で考えた時刻における空気の密度が最大となる位置のすべてに○印を，空気の密度が最小となる位置のすべてに×印を記入せよ。ただし，気柱の端点は除く。

次に，振動数fの音を振動板から発しながら，この容器内の空気の絶対温度をT_Aから上げていくと，容器のふたが水平方向に動いていき，気柱の長さがl_Bになった。このとき，気柱に再び共鳴が起こり，こんどは容器内の４ヶ所（うち１ヶ所は振動板近傍）に等間隔に粉が集まった。このときの，気柱の共鳴音波の波長λ_Bは，l_Bを用いて$\lambda_B=$［　く　］と表される。また，容器内の空気の絶対温度T_Bをl_A，l_B，T_Aを用いて表すと$T_B=$［　け　］である。

仮に，空気中の音速が温度によらず一定であれば，２つの波長λ_Aとλ_Bは等しいので，$\dfrac{l_B}{l_A}=$［　こ　］（数値）であり，絶対温度T_BはT_Aを用いて$T_B=$［　さ　］と表される。

< Note >

しかし，実際には，空気中の音速は温度によって変化し，絶対温度 T における音速 V は

$$V = V_0 + bT \quad \cdots\cdots(1)$$

と表される。V_0 および b は正の定数である。温度が高くなると音速は大きくなるので，比 $\dfrac{l_B}{l_A}$ は，音速が一定の場合の値 [こ] {し：① より大きくなる ② と同じである ③ より小さくなる}。

問３　上の実験における測定値 f，T_A，l_A，l_B のみを用いて，式(1)の定数 V_0 と b を表せ。ただし，導出の過程も示せ。

< Note >

2

次の文を読んで，□に適した式または数をそれぞれの解答欄に記入せよ。

格子定数 d〔m〕で N 個のスリットを持つ回折格子に，図１のように波長 λ〔m〕の平行光線を垂直に入射させる。スリットを通って角度 θ〔rad〕方向に回折する光を d に比べて十分遠方の点で観測するとき，隣り合うスリットを通る光の道のりの差は［あ］〔m〕となり，位相差は $\Delta=$［い］〔rad〕である。そして，整数 m を用い，Δ が［う］と表されるとき，全ての回折光が強め合って明線となる。以下，この位相差を Δ_m〔rad〕とする。整数 m を明線の次数という。

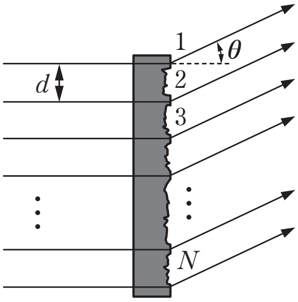


図１

光は一種の波動であり，正弦波で表すことができる。光の強度は振幅の２乗に等しいので，各スリットからの光の波の振幅を A_0 とすると，明線の位置での光の強度 K_0 は，N, A_0 を使って $K_0=$［え］と表される。実際には，明線と明線との間には弱い回折光が現れる。以下では，m 次と $(m+1)$ 次の明線の間での回折光の振舞いを一般的に考察する。なお，必要に応じて，微小な角 α に対して，$\sin\alpha \fallingdotseq \alpha$，$\cos\alpha \fallingdotseq 1$ と近似してもよい。

観測点でのスリット１からの光の波の変位は，図２(a)のように，大きさ A_0 のベクトル $\overrightarrow{A_1}$ の y 軸への射影に対応し，その位相は x 軸と $\overrightarrow{A_1}$ とのなす角に対応する。ここで，N 個の各スリットからの光の波を同じ大きさ A_0 を持つベクトル $\overrightarrow{A_1}$，$\overrightarrow{A_2}$，$\overrightarrow{A_3}$，…，$\overrightarrow{A_N}$ で表そう。隣り合うスリットからの光の位相差は全て Δ であるので，これらのベクトルは，Δ_m からのずれを $\delta=\Delta-\Delta_m$ として，図２(a)のように表される。重ね合わされた光のベクトル $\overrightarrow{A_S}=\overrightarrow{A_1}+\overrightarrow{A_2}+\cdots+\overrightarrow{A_N}$ は，図２(b)のように表せ，その強度は $|\overrightarrow{A_S}|^2$ で与えられる。

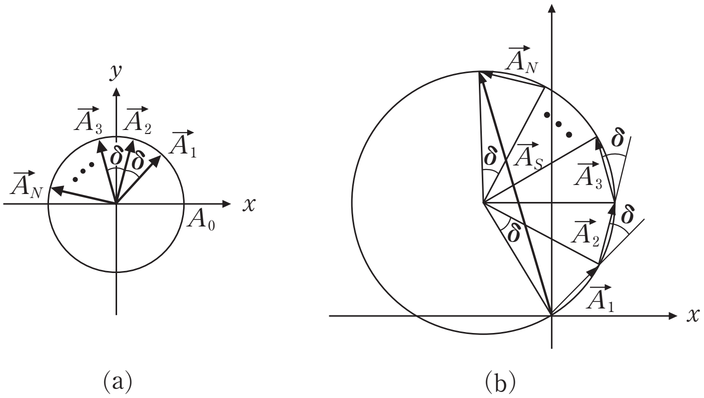


図２

＜ Note ＞

図３(a)は，位相差 Δ を横軸にとり，m 次と $(m\pm1)$ 次の明線を含む光の強度を示したものである。

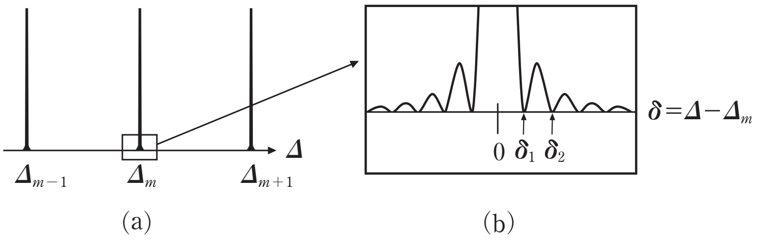


図３

図３(b)は，図３(a)の横軸を δ にとり，m 次の明線の付近を拡大したものであるが，重ね合わされた光の強度 $|\overrightarrow{A_S}|^2$ が厳密に０となる点が存在する。これらの点は，図２(b)のベクトル $\overrightarrow{A_S}$ の大きさが０となる条件から決まる。$\delta=0$ から数えて n 番目のこのような点は $\delta=$ **お** で与えられる。以下，これを δ_n と書く。

次に，任意の δ での回折光の強度 $|\overrightarrow{A_S}|^2$ を求める。図２(b)のように $\overrightarrow{A_1}$，$\overrightarrow{A_2}$，$\overrightarrow{A_3}$，…，$\overrightarrow{A_N}$ の始点と終点がすべて同一の円周上にあることに着目すると，A_0，δ，N を用いて $|\overrightarrow{A_S}|^2=$ **か** となる。図3(b)の δ_1 と δ_2 との間には極大値が現れるが，この値は $\delta=\dfrac{\delta_1+\delta_2}{2}$ での $|\overrightarrow{A_S}|^2$ の値 K_1 に非常に近い。この強度 K_1 と明線の位置での強度 K_0 の比は N が非常に大きいときには一定の数となり，π を用いて $\dfrac{K_1}{K_0}=$ **き** と書ける。したがって，この極大値は図３に示されるように，明線の位置での光の強度に比べて小さいことがわかる。

m 次の明線の位相差 Δ_m に対応して m 次の明線が観測される角度を θ_m〔rad〕，位相差 $\Delta_m+\delta_1$ に対応して回折光の強度が０になる角度 θ_m'〔rad〕を $\theta_m+\beta_m$ とする。角度 θ_m' 方向での隣り合うスリットからの光の道のりの差は，λ，N，m を用いて **く** と表される。N が非常に大きい時には，β_m は非常に小さくなり $\beta_m=\dfrac{b_m}{N}$ と書け，b_m は d，λ，θ_m を用いて $b_m=$ **け** と表される。

以上の考察から，非常に多数のスリットを持つ回折格子によって作られる明線は，非常に強く，鋭いピークを形成することが定量的に理解できる。

< Note >

第６講　確認テスト

次の文を読んで，[　　　]に適した式を，[[　　　]]には適切な数値をそれぞれの解答欄に記入せよ。

太陽光線が雨滴を通過するとき屈折と反射を起こし，雨上りの空に浮かぶ虹（にじ）は太陽を背にして約 42° の方向に円弧を描く。この角度はどのようにして決まるのだろうか。

(1)　図１のように光が空気中から入射角 α で水に入射する。入射した光の一部は，入射角と同じ角度 α で反射し，残りは屈折角 β で水の中を進むとする。水の屈折率を n とし，空気の屈折率を１とみなすと，n は α と β を用いて，

$n=$ [あ] ……………………………………………………………………(A)

で表される。

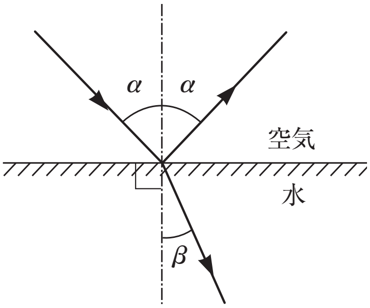


図１

(2)　次に，空気中に浮かんだ屈折率 n の球形の水滴が太陽から平行光線を受けている場合を考えよう。図２において，球の中心 O に向かう光線 HO から距離 d だけ離れた光線が点 P において球に入射する。図のように入射角を α，屈折角を β とする。屈折光は点 Q で球面に達し，その一部は屈折して空気中に出ていく。ここでは，点 Q で反射し，点 R で屈折して空気中に出ていく光線を考えよう。このとき，∠PQO＝∠ORQ＝[い] であり，∠SRT＝[う] である。

図のように定義した HO と RT のなす出射角 θ は α と β を用いて

$\theta=$ [え] ……………………………………………………………………(B)

と表される。

< Note >

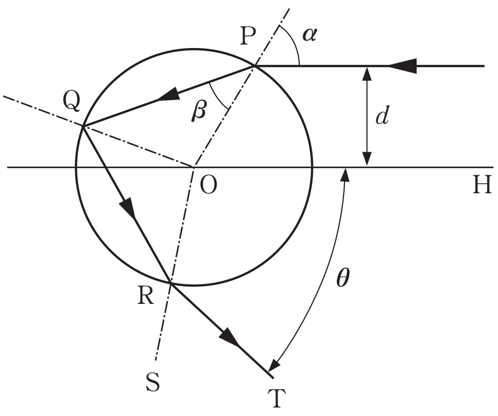


図２

(3)　距離 d が 0 のとき，出射角 θ は 0 である。その状態から d が大きくなるにつれて θ は，はじめは増加し，最大値 θ_0 に達したのち減少する。θ が θ_0 に近い値をとるときは，d が変化しても出射角はほとんど変化しない。したがって，出射角 θ_0 での光の強度は他の角度よりはるかに大きい。

距離 d が変化すると，α も β も変化する。θ が θ_0 のときの α を α_0 とし，β を β_0 とする。この状態から d がわずかに変化すると，α は $\alpha_0+\varDelta\alpha$ へ，β は $\beta_0+\varDelta\beta$ へ変化し，θ は(B)式にしたがって θ_0 から $\theta_0+\varDelta\theta$ へ変化する。しかし，θ_0 の近くでは θ はほとんど変化しないので，$\varDelta\theta=0$ であると考えよう。そうすると，

$$\frac{\varDelta\beta}{\varDelta\alpha}=\boxed{\text{お}}$$

となる。一方，入射角 $\alpha=\alpha_0+\varDelta\alpha$，屈折角 $\beta=\beta_0+\varDelta\beta$ の場合も(A)式が成り立っている。

このとき，三角関数の公式

$$\sin(X+Y)=\sin X\cos Y+\sin Y\cos X$$

を用い，さらに，$\varDelta\alpha$ も $\varDelta\beta$ もじゅうぶん小さい場合の近似式

$$\cos\varDelta\alpha\simeq1,\ \cos\varDelta\beta\simeq1,\ \sin\varDelta\alpha\simeq\varDelta\alpha,\ \sin\varDelta\beta\simeq\varDelta\beta$$

を用いると，$\dfrac{\cos\alpha_0}{\cos\beta_0}$ は $\varDelta\alpha$ と $\varDelta\beta$ と n で表される。ここで，$\dfrac{\varDelta\beta}{\varDelta\alpha}=\boxed{\text{お}}$ を使うと，

$$\frac{\cos\alpha_0}{\cos\beta_0}=\boxed{\text{か}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(C)}$$

となる。(C)式と入射角が α_0 の場合の(A)式を用いると，$\sin\beta_0$ が屈折率 n のみで表され，$\sin\beta_0=\boxed{\text{き}}$ となる。同様に $\sin\alpha_0$ も n のみで表される。

したがって n によって α_0 と β_0 が決まり，さらに(B)式により θ_0 が求められる。実際，赤色の光に対する水の屈折率が 1.331 であるので，最大値 θ_0 として 0.740 rad（＝42.4°）が得られる。

水の屈折率 n は光の波長によってわずかに異なる。赤色の光に比べて紫色の光の屈折率は 1% 大きい。n が増加すると，出射角 θ_0 は減少する。したがって，虹の紫色の円弧は赤色の円弧の内側に見える。以上のことがらに基づいて約 42° の方向に七色の虹が見える。

< Note >

第７講　熱力学Ⅰ

1

次の文章を読んで，[　　　]に適した式か値を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，[　　　]は，すでに[　　　]で与えられたものと同じ式を表す。また，問1，問2では，指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

気体が外部と熱のやりとりをすることなく行う状態変化を，断熱変化という。以下では，断熱変化を気体の分子運動および熱機関のサイクルから考えてみる。なお，気体は単原子分子の理想気体とする。

(1)　断熱変化を気体の分子運動から考察するため，図1に示すように，周囲から断熱されたシリンダー内に気体が封入されている場合を考える。ピストンはなめらかで摩擦は生じないものとする。ここで，シリンダー内の断面積は S，シリンダー内の初期長さは L，初期体積は $V=SL$ である。シリンダー内には質量 m の分子が多数存在し，運動している。

分子と完全弾性衝突するような平板でできたピストンを，速さ v_p で左方向に動かし，中の気体を圧縮する場合を考える。ここでは，分子とピストンは完全弾性衝突と仮定することにより，ピストンから気体に加えた仕事がすべて気体内の運動エネルギー(＝内部エネルギー)に変換されることで，断熱条件に相当すると考える。なお，分子はピストンに比べはるかに大きい速さで運動しているとし，以下で考察する微小時間 Δt の間にピストンが移動する距離は初期のシリンダー長 L に比べて十分小さいものとする。また，必要ならば，a を任意の実数とするとき，絶対値が1より十分小さな実数 δ $(|\delta|\ll 1)$ に対し，$(1+\delta)^a \fallingdotseq 1+a\delta$ が成り立つとしてよい。

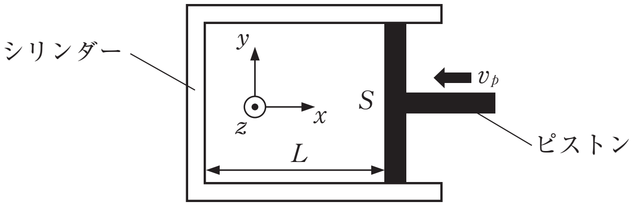


図1

ここで1個の分子に注目しよう。この分子は x，y，z 方向にそれぞれ速さ v_x，v_y，v_z で運動しており，初期状態では，それらは等しいとする。ピストンが静止しているときは，分子がピストンに衝突しても，分子の x 方向の速さ(絶対値)は変わらない。しかし，ピストンが速さ v_p で移動している場合，分子がピストンと1回衝突すると，分子の x 方向の速さは $\Delta v_x=2v_p$ だけ増加する。したがって，1回の衝突で運動エネルギー e は，$\Delta v_x \ll v_x$ であることに注意すると，$\Delta e=$[　あ　]だけ増加すると近似できる。この1個の分子の x 方向の運動について微小時間 Δt を考えると，衝突回数 n は[　い　](分子の速さは初

< Note >

期の値 v_x のままであると近似してよい）となる。したがって，n 回の衝突により，1個の分子のエネルギー増加量 Δe_n は，［あ］の n 倍になると近似的に考えると，$\Delta e_n =$［う］$\times m{v_x}^2$ となる。ここで，Δt の間にピストンが左側に移動する距離を $-\Delta L$（ΔL はピストンの変位で，この場合負の値であることに注意せよ）とすると，［う］から v_p を消去して $\Delta e_n =$［え］と表すことができる。

以下では，上記の分子の運動が気体を構成する全分子の平均的な状態を表していると単純化して考えよう。この場合，初期状態の1個の分子の運動エネルギー e は x，y，z の運動エネルギーを合わせて $e =$［お］$\times m{v_x}^2$ と表され，系の温度 T はボルツマン定数 k を用いて $T =$［か］$\times m{v_x}^2$ となる。これに対し，n 回のピストンとの衝突で増加した x 方向の運動エネルギー Δe_n が，引き続く分子間の衝突でどの方向にも均等になると考えれば，先と同様の考え方から，系の温度変化 ΔT は［き］$\times m{v_x}^2$ となり，ΔT と ΔL の間に $\dfrac{\Delta T}{T} =$［く］という関係式が得られる。この関係式は，断熱圧縮あるいは断熱膨張にともなって温度が増加あるいは減少することを示している。また，前述のように $V = SL$ の関係があり，S は一定であるので L と V は比例関係にあるものとして，$TV^{\frac{2}{3}}$ = 一定という関係式が得られる。なお，これを圧力 p と体積 V の関係式で書き換えると $p \times$［け］= 一定となる。

(2)　断熱変化を含む熱機関のサイクルを考える。熱機関のサイクルの装置には，単原子分子の理想気体が1モル入っており，摩擦は生じないものとする。気体定数を R とするとき，装置内に入っている気体の定積モル比熱は $\dfrac{3}{2}R$ である。なお，気体が外部から吸収した熱量は正で，気体が外部に放出した熱量は負で表すことにする。図2に示すように，断熱変化と定積変化からなる熱機関のサイクル①を考える。体積 V_A の状態Aから体積 V_B の状態Bになるまで断熱圧縮した。次に，状態Bから状態Cになるまで定積で加熱したのち，状態Cから状態Dになるまで断熱膨張した。最後に，状態Dから状態Aになるまで定積で放熱した。

状態Aの温度を T_A，状態Bの温度を T_B，状態Cの温度を T_C（$T_C > T_B$），状態Dの温度を T_D（$T_D > T_A$）とすると，1サイクルにおいて，気体が外部から吸収した熱量は［こ］であり，気体が外部に放出した熱量は［さ］となる。したがって，このサイクルの熱効率は［し］となる。理想気体の断熱変化では，分子運動モデルで示したように，$TV^{\frac{2}{3}}$ = 一定である。この関係式を用いると，体積の比 $\dfrac{V_A}{V_B}$ を ε（$\varepsilon > 1$）とした場合のサイクル①の熱効率は［す］となり，このサイクルの熱効率は体積比のみに依存することがわかる。

＜ Note ＞

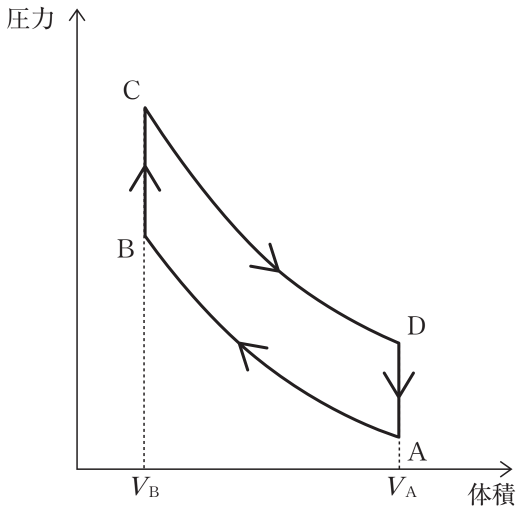


図２

次に，熱機関のサイクルにおける断熱変化と等温変化の相違について考えてみる。図２で考えたサイクル①に対し，次の 1. と 2. のような変化をともなうサイクル②を考える（状態 A および状態 C はそのままである）。

1. 状態 A から等温圧縮で状態 B′ となり，その後，定積加熱で状態 C に至る
2. 状態 C から等温膨張で状態 D′ となり，その後，定積放熱で状態 A に至る

問１　図２を解答欄に書き写し，サイクル②の状態変化を破線で図示せよ。ただし，両者が重なるところは実線とせよ。なお，状態 B と状態 B′ および状態 D と状態 D′ の違いがわかるように図示すること。また，サイクル①とサイクル②で，気体が外部にする仕事はどちらが大きいかを，図を使って説明せよ。

問２　以下の図３を解答欄に書き写し，サイクル①の状態変化を実線で，サイクル②の状態変化を破線で図示せよ。ただし，両者が重なるところは実線とせよ。なお，状態 B と状態 B′ および状態 D と状態 D′ の違いがわかるように図示すること。

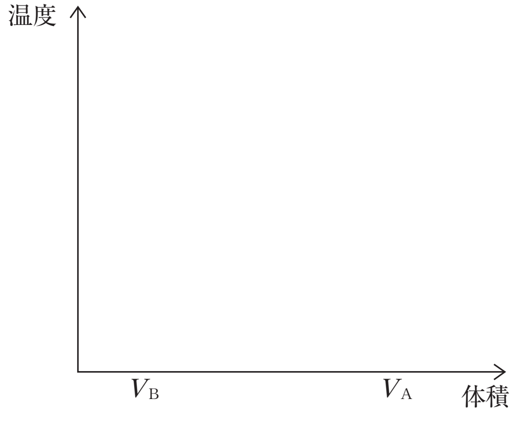


図３

< Note >

2

次の文を読んで，［　　］には適した式を，また｛　　｝からは正しいものを選びその番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。

(1)　一般に熱の出入りを伴わない状態変化を断熱変化と呼ぶが，気体の断熱変化では，変化の各段階で平衡状態が実現しているならば，(圧力)×(体積)$^{\gamma}$＝一定という関係が成り立つ。べき定数γは気体の種類によって異なるが，必ず1より大きい値をもつ。以下では，空気に対するべき定数を，γと表す。

空気は断熱性がよいので，大気中の空気のゆっくりとした移動は，断熱変化とみなすことができる。いま，こうした断熱変化をくりかえした結果，大気の圧力や温度は，高度によって決定されているとしよう。また，空気1molあたりの質量をwとし，この値は高度によらず一定とする。このとき，地表の気温を絶対温度でT_0（以下，温度はすべて絶対温度とする），気体定数をR，地表における空気の密度をρ_0とすれば，地表における大気の圧力は［あ］で与えられる。また，ある高度における大気の温度をTとするとき，その高度での大気の圧力は［い］，密度は［う］と表される。

(2)　さて，大気が上に述べたような状態にあるときに，熱気球を飛ばすことを考えてみよう。気球は断熱性の布でできており，気体の部分を除いた気球の質量はMである。最初，気球は空気が入っていない体積0(ゼロ)の状態であった。飛ばないように気球を固定し，気球の下部が開いた状態で，外気を熱して温度T_1にした空気を体積［え］だけ詰めたところ，気球は浮かび始めた。さらに続けて，温度T_1の空気を気球の体積がVになるまで入れた。このときの気球内の空気の物質量は［お］molである。また，空気の定積モル比熱をC_Vとすると，気球内に入った空気には，もとの大気の状態から［か］の熱が加えられ，内部エネルギーは［き］だけ増加したことになる。

(3)　ここで，気球の下部を閉じ，固定をはずして気球を飛ばしたところ，ある高度まで上がって静止した。気球内の空気の温度T_1と体積Vが変化しないとすると，この高度での大気の温度は［く］である。さらに，気球の下部を開き，体積はVのまま気球内の空気の温度を［け］にしたとき，気球の高度は変わらなかった。このときの気球内の空気の温度は，｛こ　①　T_1より高い　　②　T_1より低い　　③　T_1と同じである｝。

< Note >

第７講　確認テスト

次の文を読んで，[　　]に適した式または数値を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，$|x|\ll 1$，$|y|\ll 1$ を満たす任意の微小量 x，y に対して $\dfrac{1+x}{1+y} \fallingdotseq 1+x-y$ を用いてよい。

(1)　圧力 P の気体の体積 V が微小体積 ΔV だけ増加したとき，気体がされた仕事は[　い　]である。このとき気体の内部エネルギーが ΔU だけ増加すると同時に熱量 Q が気体に流れ込む。この熱量 Q は熱力学の第１法則を考慮すると[　ろ　]と表される。

(2)　モル比熱とは 1mol の気体の温度を 1K 上昇させるのに必要な熱量である。圧力 P，体積 V，温度 T の 1mol の理想気体は状態方程式 $PV=RT$ を満たす。ただし，R は気体定数である。この気体を圧力を一定に保った状態で，体積，温度をそれぞれ ΔV，ΔT だけ変化させると，$\Delta V=$[　は　]ΔT という関係式が成り立つ。したがって，定圧モル比熱 C_P と定積モル比熱 C_V の差は $C_P-C_V=$[　に　]となる。

(3)　1mol の理想気体の圧力，体積，温度をそれぞれ P，V，T から $P+\Delta P$，$V+\Delta V$，$T+\Delta T$ に断熱的に微小変化させてみる。このとき $\dfrac{\Delta T}{T}$ を比熱比 $\gamma=\dfrac{C_P}{C_V}$ を用いて表すと[　ほ　]$\dfrac{\Delta V}{V}$ である。次に状態方程式を考慮して，$\dfrac{\Delta V}{V}$ を P，ΔP，T，ΔT を用いて表すと[　へ　]となるので，$\dfrac{\Delta T}{T}=$[　と　]$\dfrac{\Delta P}{P}$ と書ける。

(4)　今までの議論を踏まえて，地表近くの空気の温度低下率について考えてみよう。地表から 10km 位までの空気の層は対流圏と呼ばれ，空気の塊が重力加速度 g を受けながらゆっくりと上昇または下降する。今，空気を断熱変化をする理想気体とみなし上昇している空気の塊に着目する。密度 ρ の空気の塊が高さ Δz だけ上昇すると，圧力は $-\rho g\Delta z$ だけ変化する。また ρ は 1mol あたりの空気の質量 M および，P，T，R を用いて[　ち　]と表されるので，圧力の変化率は $\dfrac{\Delta P}{P}=$[　り　]Δz という関係を満たす。以上のことから，温度変化率を M，g，γ，R を用いて表すと，$\dfrac{\Delta T}{\Delta z}=$[　ぬ　]となる。

< Note >

第8講　熱力学Ⅱ

1

次の文章を読んで，［　　］に適した式か値を，｛　　｝からは適切なものを選びその番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，［［　　］］はすでに［　　］で与えられたものと同じものを表す。また，問1，問2については，指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

図1に示すように，ピストンWと仕切板Dによって内部の領域を分けられたシリンダーがある。シリンダーは固定されており，ピストンWと仕切板Dは摩擦なしに動くことができる。ピストンWと仕切板Dの間を領域Aとし，仕切板Dとシリンダー右端の間を領域Bとする。領域Aと領域Bには，異なる理想気体がそれぞれ密閉されている。定積モル比熱を C_V，気体定数を R とすると，領域Aと領域Bに密閉されている気体の $\frac{C_V}{R}$ の値は，それぞれ $\frac{3}{2}$ と $\frac{5}{2}$ である。シリンダーの外壁とピストン，仕切板は，すべて断熱材でできている。領域Bの気体は，シリンダーの右端に取り付けられた温度調整器Cによって加熱または冷却される。領域Bの気体全体の温度は，すみやかに温度調整器の設定温度になるものとする。なお，温度調整器の電源を切ると，領域Bは断熱環境となる。さらに，シリンダー内部にはストッパーSが設けられており，仕切板がストッパーより右側に動くことはない。仕切板がストッパーの位置にあるときの領域Bの体積は V_0 である。ピストン，仕切板，ストッパー，温度調整器の体積は無視できるものとする。また，ピストンの左側は常に大気圧となっており，その値は P_0 である。

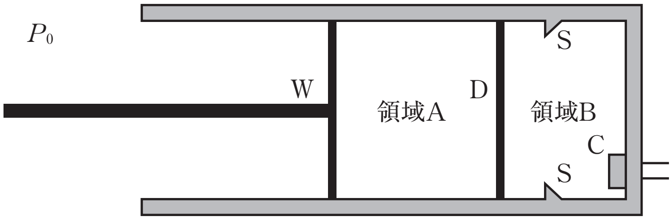


図1

最初，領域Aの気体の圧力，体積，温度は，それぞれ P_0，$2V_0$，T_0 であり，領域Bの気体の圧力，体積，温度は，それぞれ P_0，$\frac{3}{2}V_0$，$\frac{3}{2}T_0$ であった。この状態を初期状態とする。このとき領域Aの気体と，領域Bの気体のモル数はそれぞれ［あ］と［い］である。初期状態から以下の(1)〜(4)に示す操作を行った。

(1)　温度調整器で領域Bの気体を加熱し，温度を $\frac{3}{2}T_0$ から $2T_0$ までゆっくりと上昇させた。このとき，領域Bの気体の内部エネルギーの変化は［う］であり，領域Bの気体がした仕事は［え］であるから，領域Bの気体が温度調整器から吸収した熱量は［お］である。

< Note >

理想気体の断熱変化では，(圧力)×(体積)$^{\gamma}$ は一定である。ここで γ は比熱比と呼ばれ，定圧モル比熱を C_P とすると，$\gamma=\dfrac{C_P}{C_V}$ で定義される。理想気体では，C_P と C_V の差 (C_P-C_V) が［か］に等しいことを考慮すれば，領域 A の気体の比熱比は［き］であり，領域 B の気体の比熱比は［く］である。

なお，以下の解答では，領域 A の気体の比熱比［き］を α，領域 B の気体の比熱比［く］を β と表記せよ。

(2)　(1)で行った操作に引き続き，温度調整器で領域 B の気体の温度を $2T_0$ に保ちながら，ピストン W に外力を加え，ゆっくりと右方へ押し込んでいった。仕切板 D がストッパー S に接触したとき，ピストン W を押し込む操作を中断し，そのままの状態で保持した。このとき領域 A の気体の体積は［け］である。

問１　(2)で行った操作で，外力が気体にした仕事を求めよ。ただし，領域 B の気体が温度調整器を通じて外部に放出した熱量を Q とする。導出の過程もあわせて示せ。

(3)　(2)で行った操作に引き続き，さらにピストン W を押し込んでいくと，領域 A の気体の体積が V_0 となった。この時点でピストン W を押し込む操作を中断し，そのままの状態で保持した。このとき，領域 A の気体の圧力は［こ］である。

問２　(2)で行った操作の開始から(3)で行った操作の終了までの間において，領域 A の気体と領域 B の気体の状態変化を，横軸を体積，縦軸を圧力として図示せよ。また，領域 B の気体がされた仕事に相当する領域を図中に斜線で示せ。ただし，各操作の過程で状態の変化があるときは，変化の進む方向に矢印を付し，その変化の始状態と終状態における体積と圧力を図中に記入せよ。

(4)　(3)の操作に引き続き，温度調整器で領域 B の気体を加熱した。仕切板 D がストッパーから離れかけた瞬間に温度調整器の電源を切り，領域 B を断熱環境とした。その後，領域 A の気体の圧力が大気圧 P_0 に等しくなるまで，ゆっくりとピストン W を左方に移動させた。このとき，領域 B の気体の体積は［さ］であり，そのときの領域 A の気体の体積{し：①より大きい　②より小さい　③と等しい}。また，この過程で領域 A の気体のした仕事は，領域 B の気体がした仕事{す：①より大きい　②より小さい　③と等しい}。気体の仕事に関するこのような性質は，熱機関における効率を考える上で重要である。

< Note >

2

次の文を読んで，　　　に適した式をそれぞれの解答欄に記入せよ。なお，文中に挿入された問１については，解答欄にグラフを描け。

図１のように，一端が壁Ａで閉じられた，断面積 S のシリンダーがあり，摩擦なしで動くことができるピストンＢ，Ｃによって３つの空間領域Ⅰ，Ⅱ，Ⅲに分けられている。領域Ⅰには電気抵抗 r のニクロム線でできたヒーターがあり，内部抵抗を無視できる起電力 V の電池とスイッチＫでできた外部の回路に導線でつながれている。ピストンＢにはごく細い通気口が開けられているが，最初は弁Ｄによって閉じられている。ピストンＢ，Ｃは，フックの法則に従う自然の長さが L のばねで結ばれている。シリンダー内には，壁Ａから距離 $4a$ の位置にストッパー N_1 が，さらに N_1 からばねの自然長 L とピストンＢ，Ｃの厚さをあわせた距離の位置にストッパー N_2 が設けられ，ピストンを停止できるようになっている。ただし，L は $2a$ より大きい。また，シリンダーとピストンはともに断熱材でできており，ストッパー，ばね，弁，通気口，ヒーターおよび導線の体積は，いずれも無視できるものとする。なお，大気圧を P_0 とする。

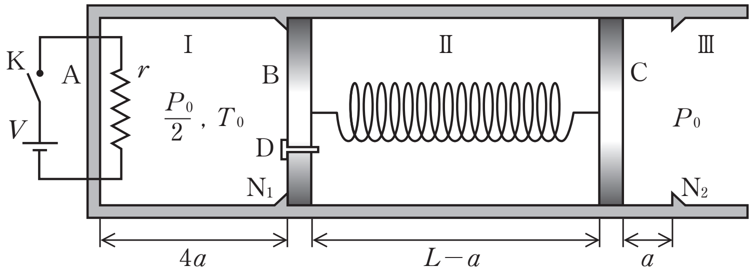


図１

最初は，領域Ⅱは真空で，領域Ⅰには単原子分子理想気体が入れられ，その圧力と温度がそれぞれ $\frac{P_0}{2}$，T_0 であった。また，領域Ⅲは常に大気圧 P_0 の外気と通じている。図１に示したように，この状態でピストンＢはストッパー N_1 に接触して停止し，ピストンＣはストッパー N_2 から距離 a の位置で停止していた。このことから，ばね定数は［イ］であることが分かる。その後，以下のように過程(1)から(4)の順にシリンダーの状態を変化させた。

(1)　スイッチＫを閉じて回路に電流を流すと，領域Ⅰの気体の温度はゆっくりと上昇し，ある時刻にピストンＢがストッパー N_1 を離れ始めた。このときの領域Ⅰの気体の温度は［ロ］であった。電池により供給されたエネルギーがすべて気体に吸収されたとすれば，この時刻はスイッチＫを閉じてから時間［ハ］の後である。

(2)　その後，ピストンＢはゆっくりと移動し，領域Ⅰの気体の温度が［ニ］になると，ピストンＣがストッパー N_2 に接触し停止した。この過程で領域Ⅰの気体が吸収した熱量は［ホ］である。

＜ Note ＞

(3)　さらにピストンBはゆっくりと移動し，ピストンB，C間の距離が縮まっていった。ばねの長さが $L-2a$ に達した時点でスイッチKを開いた。このとき領域Ⅰの気体の温度は［ ヘ ］であり，過程(3)で領域Ⅰの気体が吸収した熱量は［ ト ］である。

問１　(1)から(3)までの過程における領域Ⅰの気体の状態変化の様子を，図２のように体積を横軸に，圧力を縦軸にとり，解答欄にグラフで示せ。グラフ用紙の横軸と縦軸の目盛りの数値は，それぞれ量 Sa と P_0 を１として表している。例えば図中の×印の点は，体積が $4Sa$，圧力が $3P_0$ の状態に対応する。グラフは概略を示すものでよいが，図中の記入例にならって，各過程の始点と終点に黒丸・を，さらに適当な位置に(1)，(2)，(3)の番号を付け，グラフのそれぞれの部分がどの過程を表すかが分かるようにすること。

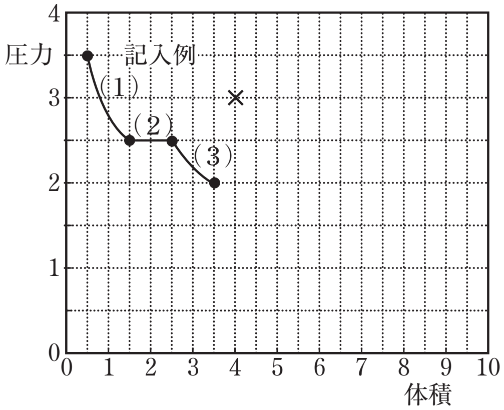


図２

(4)　その後，ピストンBの弁Dを開いたところ，ピストンBはゆっくりと動き始め，ばねは自然長に戻ったが，ピストンCはストッパー N_2 に接触したままであった。スイッチKは開いていたから，この過程は断熱変化である。ばねが自然長に戻ったとき，シリンダー内の気体の温度は［ チ ］であった。また，このときにもピストンCがストッパー N_2 に接触したままであったことから，ばねの自然長 L と長さ a の間には，$\dfrac{a}{L} \geqq$［ リ ］の関係が成り立っていたことが分かる。

< Note >

第８講　確認テスト

次の文を読んで, ＿＿＿ に適した式をそれぞれの解答欄に記入せよ。

単原子分子の理想気体で満たされた容器とピストン付きシリンダーが連結された図１のような装置がある。ピストンは気密性がよく，滑らかに動くことができるものとする。容器，連結部，シリンダー，ピストンともに熱を伝えない材料でできている。また，連結部にある気体の体積は，容器やシリンダーの容積に比べて十分小さくゼロと見なせるものとする。気体定数を R として，この気体の定積モル比熱は $\frac{3}{2}R$ で表せる。

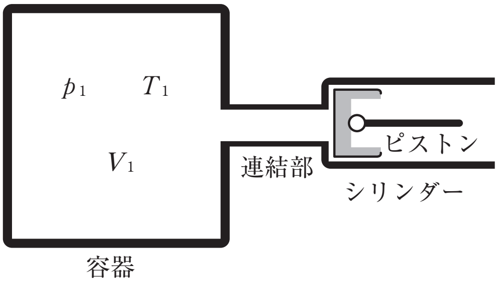


図１

はじめ，図１のように，容積 V_1 の容器内が圧力 p_1，温度 T_1 の理想気体で満たされており，この状態を初期状態と呼ぶ。このとき，ピストンはシリンダーの左端にあってシリンダー内部にある気体の体積はゼロと見なせるものとする。

この場合について，以下の過程Ａおよび過程Ｂを考える。

過程Ａ：

初期状態において容器内にあった気体が，以下に示した(1)式の関係を保ちながら，圧力 p_1 から αp_1（ただし，$0<\alpha<1$）まで断熱的に変化し，その気体の一部が図２に示すようにシリンダー内へ移動した。

$$pV^{\frac{5}{3}}=一定 \quad \cdots\cdots(1)$$

ただし，p および V はそれぞれ，この過程における気体の圧力および体積を表す。また，気体の移動はゆるやかに起こり，その間，ピストンには常に，容器内の気体の圧力と等しい圧力がかかっているものとする。

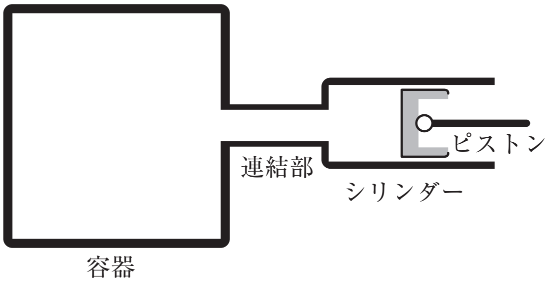


図２

< Note >

初期状態において容器内にあった気体のモル(mol)数は，[ア]と書ける。気体の圧力が αp_1 になった時，気体の温度は[イ]$\times T_1$ になる。この変化によって，系全体の内部エネルギーの初期状態に対する増分は[ウ]$\times p_1 V_1$ になる。ゆえに，移動した気体が外部になした仕事は，熱力学の第１法則に従って，[エ]と求めることができる。また，気体の移動にともなって，シリンダー内の気体の体積は[オ]$\times V_1$ となり，シリンダー内へ移動した気体のモル数は[カ]となる。

過程Ｂ：

過程Ｂでは過程Ａと異なり，初期状態において，細かい穴の多数あいた多孔質体と呼ばれるものが，連結部に詰められている。この多孔質体は，シリンダー側の気体の圧力を常に一定に保つ役割を果たしている。この一定圧力の値を p_2(ただし，$0<p_2<p_1$)とする。

この場合について，気体が外部に対してなす仕事や，移動する気体のモル数を過程Ａの場合と比較してみる。

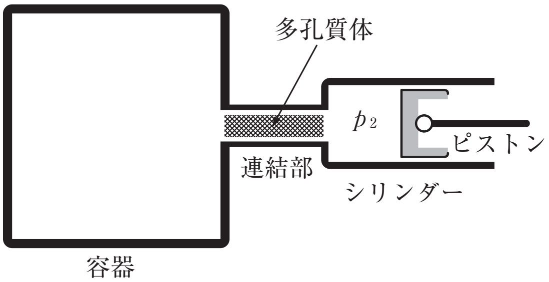


図３

図３のように，はじめ容器内にあった気体の一部はシリンダー側に移動するが，過程Ｂではその間，ピストンには常に，シリンダー内の気体の圧力 p_2 と等しい圧力がかかっているものとする。十分に時間が経過すると，容器内とシリンダー内の気体の温度は等しくなり，容器内の気体の圧力も p_2 に等しくなった。このとき，シリンダー内の気体の体積を V_2 とすれば，気体が外部に対してなした仕事は，[キ]と書ける。過程Ａの場合と同様に，系全体の内部エネルギーの変化を考慮し，熱力学の第１法則を適用すると，シリンダー内の気体の体積，温度を求めることができる。いま，$\beta=\frac{p_2}{p_1}$ とすると，この β を用いて，シリンダー内の気体の体積は[ク]$\times V_1$，気体の温度は[ケ]$\times T_1$ と表すことができる。したがって，シリンダー内へ移動した気体のモル数は[コ]となる。

< Note >

第9講　原子と原子核Ⅰ

1

次の文を読んで，［　　　］には適した式または数値を，｛　　　｝には図3から適切なものを選びその番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。また，問1，問2では指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

電磁波の一種である γ 線の放射と測定について考察しよう。物質を構成する原子は電子と原子核からなり，原子核の内部のエネルギーが高い状態から低い状態に移るときに，原子核から γ 線が放射される。以下では，電子の質量は原子核の質量と比較して非常に小さいため，無視できるものとする。

振動数 f の電磁波は，ある一定のエネルギーをもった粒子の集まりと考えることができ，その粒子を光子という。光子1個のエネルギーは hf，運動量は電磁波の進む向きに $\frac{hf}{c}$ の大きさであることがわかっている。ここで，h はプランク定数とよばれる定数であり，c は光速である。

以下において，原子核の内部のエネルギー状態には，励起状態とよばれるエネルギーの高い状態と基底状態とよばれるエネルギーの最も低い状態の2つがあるものとする。励起状態のエネルギーを E_e，基底状態のエネルギーを E_g とし，そのエネルギー差を $\Delta E = E_e - E_g$ とする。

図1

まず，質量 M の原子核1個による γ 線放射を考える。原子核が励起状態から基底状態に移るときに，γ 線の光子が1個放射される。静止していた原子核は，図1のように γ 線放射の反作用により速さ v で動き出す。速さ v の原子核の運動エネルギーと運動量の大きさは，原子核が基底状態にあるか励起状態にあるかに関わりなく，それぞれ $\frac{1}{2}Mv^2$, Mv としてよい。また，原子核の全エネルギーは内部のエネルギー（E_e または E_g）と原子核の運動エネルギーの和で与えられる。よって原子核から振動数 f_1 の γ 線が放射される場合，エネルギー保存則は ΔE を用いて［あ］，運動量保存則は［い］と書くことができる。ここで，ΔE は Mc^2 に比べ充分に小さいことがわかっている。絶対値が1より充分小さい数 δ に対して成り立つ近似式 $\sqrt{1+\delta} \fallingdotseq 1 + \frac{1}{2}\delta - \frac{1}{8}\delta^2$ を用いると，f_1 は ΔE，M，c，h を用いて［う］となる。

次に，この原子核をもつ原子 N 個で構成されている静止した結晶からの γ 線光子1個の放射を考える。この結晶の質量は NM で与えられる。以下では，結晶は充分低温であるものとし，原子核が結晶中に固定され，γ 線を放射する原子核はその反作用を受けても結晶中

< Note >

に固定されたままであるとする。この場合，γ 線放射の反作用は結晶全体で受け止められ，結晶が速さ v_N で動き出すものとする。このときの放射 γ 線の振動数 f_N は ΔE, M, N, c, h を用いて［ え ］となる。また，構成する原子数が無限大とみなせる大きい結晶の場合，放射される γ 線の振動数は $f_\infty = \dfrac{\Delta E}{h}$ となる。

問１　原子 N 個で構成されている静止した結晶からの γ 線光子１個の放射について，エネルギー保存則と運動量保存則を記述せよ。さらに N が無限大とみなせるとき，エネルギー保存則において結晶の運動エネルギーの項がその他の項に比べ無視でき，その結果，放射 γ 線の振動数が f_∞ となることを説明せよ。

同様の考察により，同じ種類の原子で構成されている静止した大きい結晶に γ 線を当てると，この結晶は振動数 f_∞ の γ 線のみをよく吸収することがわかっている。このような結晶をここでは吸収体とよぶ。

次に，図２のような実験装置を用いた γ 線の測定を考えよう。

γ 線源は同じ種類の N 個の原子で構成された結晶多数からなり，振動数 f_N の γ 線を一定の強度(単位時間当たりに放射される γ 線の光子数)で放射するものとする。吸収体を乗せた台車を水平な床の上におき，図２のように左端を床に固定したばねにつなぐ。γ 線源は台車から充分に遠方に置かれ，γ 線は吸収体付近で図２の x 軸に平行に進むものとする。吸収体の表面は x 軸に垂直である。吸収体は，振動数 f_∞ 以外の振動数の γ 線を透過させるが，振動数 f_∞ の γ 線を完全に吸収するものとする。吸収体の後方の床上に γ 線強度測定器を設置する。吸収体からの γ 線放射は無視できるものとする。

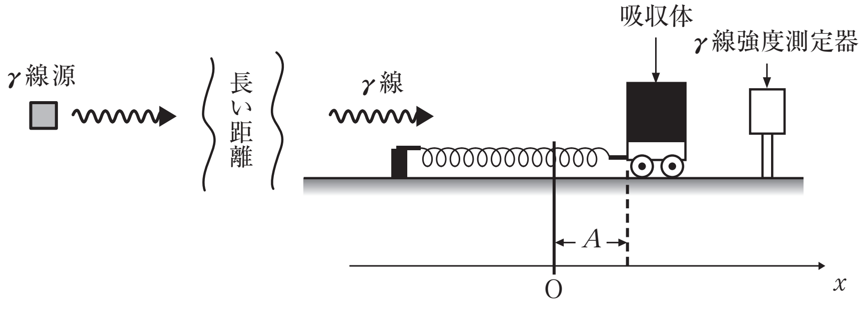


図２

ばねを自然の長さのときの位置 O から A だけ伸ばして，時刻 $t=0$ に静かに放すと，台車は x 軸に平行に角振動数 ω で単振動をする。以下では，吸収体の運動により，吸収体中で観測される γ 線の振動数 f_d は音波のドップラー効果と同じ変化をするものとする。なお，吸収体の屈折率による γ 線の速度の変化は無視できるものとする。この場合，γ 線の波長を λ とすると，吸収体が速さ V で運動しているときは，静止しているときに比べ，単位時間当たりに吸収体に到達する波の数が $\dfrac{V}{\lambda}$ だけ変化する。よって，時刻 t において $\dfrac{f_d}{f_N} = \dfrac{\boxed{\text{お}}}{c}$

< Note >

の関係がある。(**お** はλ, Vを用いずに表せ。)

台車が動き始めてから時刻t_1で突然，測定器で測定されるγ線強度が変化した。f_dがf_∞に一致したからである。絶対値が1より充分小さい数δに対して成り立つ近似式$\dfrac{1}{1-\delta}\fallingdotseq 1+\delta$を用いると，$\omega t_1$の満たす条件は$\sin\omega t_1=$ **か** である。(**か** はf_∞, f_N, f_dを用いずに表せ。)

ここで，$Mc^2=1\times10^{-8}$J，$\Delta E=2\times10^{-14}$Jの原子核のγ線放射において，$N=10^4$，$A=0.1$mのときに$\omega t_1=\dfrac{\pi}{6}$radで測定される$\gamma$線強度が変化したとする。なお，$c=3\times10^8$m/sとする。このときの$\omega$を有効数字1けたで求めると **き** rad/sである。また，台車が一周期単振動するとき，測定されるγ線強度とωtの関係は図3の｛ く ｝のように予想される。

問２　図3で｛ く ｝を選択した理由を記述せよ。

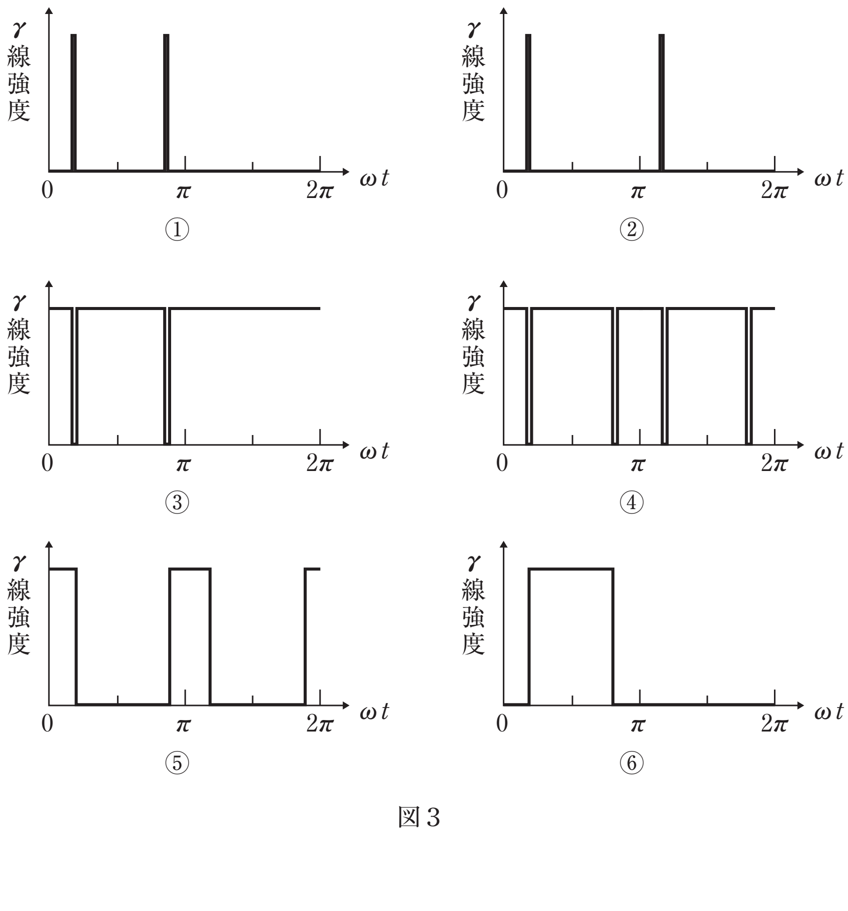


図3

< Note >

2

次の文を読んで，[　　]には適した式または数値を，それぞれの解答欄に記入せよ。また，{　　}には選択肢あるいは選択図（グラフ）から適したものを選び，その番号を解答欄に記入せよ。なお，[[　　]]はすでに[　　]で与えられたものと同じものを表す。

振動数 ν〔Hz〕の光は，運動量[**あ**]〔kg・m/s〕，エネルギー[**い**]〔J〕を持つ粒子「光子」の集まりであると考えることができる。ただし，プランク定数を h〔J・s〕，光の速さを c〔m/s〕とする。一方，水素原子の内部の電子のエネルギーはとびとびの値をとる。基底状態のエネルギーの値を E_1〔J〕，ある励起状態のエネルギーの値を E_2〔J〕とし，この２つの状態のみを考えることにする。ただし，E_2-E_1〔J〕は，およそ $h\nu$〔J〕に等しいとする。水素原子の速さを V〔m/s〕，質量を M〔kg〕としたときの，水素原子の全エネルギーは，$\left(\dfrac{V}{c}\right)^2$ が１より十分小さいときには，水素原子の重心運動の運動エネルギー（$\dfrac{1}{2}MV^2$〔J〕）と水素原子内部の電子のエネルギー（E_1〔J〕または E_2〔J〕）の和となる。ただし，水素原子の大きさは無視でき，以下の実験はすべて真空中で行うものとする。

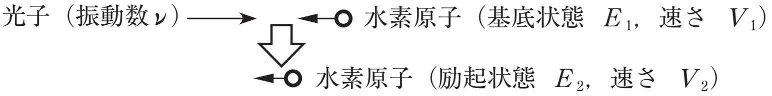


図１

(1)　図１のように，運動量[[**あ**]]〔kg・m/s〕でエネルギー[[**い**]]〔J〕の光子と，基底状態にあり光と反対向きに速さ V_1〔m/s〕で運動している水素原子が１つあったとする。水素原子が光子を吸収し，励起状態に励起され，速さが V_2〔m/s〕になった。ただし，水素原子の運動の向きは変わらないとする。このとき，水素原子と光子の全エネルギー保存の式は[**う**]となり，また，運動量保存の式は[**え**]となる。[[**う**]]と[[**え**]]から V_2 を消去すると，$E_2-E_1=$[**お**]となる。この条件を満たすときに水素原子は，光子を吸収することができる。この式に現れる $\dfrac{1}{2M}\left(\dfrac{h\nu}{c}\right)^2$ の項は反跳エネルギーと呼ばれ，通常は非常に小さいので無視してよい。したがって，光と反対向きに運動している水素原子は，静止している時に比べて，{**か**：①　長い波長，②　短い波長}の光を吸収することがわかる。

(2)　上では１個の光子の吸収過程を考察したが，今度は，多数個の光子が水素原子の進行方向と逆向きからやってくる場合を考察する。光子を吸収して励起状態に励起された水素原子は，ある時間の後に光子を放出して再び基底状態にもどる。基底状態にもどった水素原子は，対向してやってくる光子を再び吸収することができる。このような光子の吸収・放出の過程を繰り返すことにより水素原子は光から一定の力を受け，減速する。ただし，(1)で考察したように，減速するにつれて水素原子が吸収できる光の波長は変化してしまうが，

< Note >

その変化は小さいので，減速の過程においても水素原子は，速度によらず一定の運動量 [あ]〔kg･m/s〕の光子を吸収するものとする。また，励起状態にある水素原子はいろいろな向きに光子を放出するため，多数回の光子の放出過程においては平均として水素原子は力を受けない。したがって，毎秒平均 n 回だけ水素原子が光子の吸収・放出を繰り返すとき，水素原子が受ける平均の力の大きさは，[き]〔N〕で表される。したがって，初速度 V_1〔m/s〕で運動していた水素原子は等加速度運動をして，距離 [く]〔m〕だけ進んで速度０になる。ただし，水素原子の運動は直線運動であるとする。

(3)　通常の高温の気体原子は，高速度の熱運動をしていてその運動に重力の効果を見出すことは難しい。しかし最近，上で考察したように光からの力により原子の速度をほとんど０にまですることができるようになり，このように低速になった原子の運動では重力の影響が支配的になる。水素原子を鉛直上向きに噴水のように打ち上げた場合を考察してみよう。ただし，水素原子の運動は鉛直方向の直線運動のみとする。

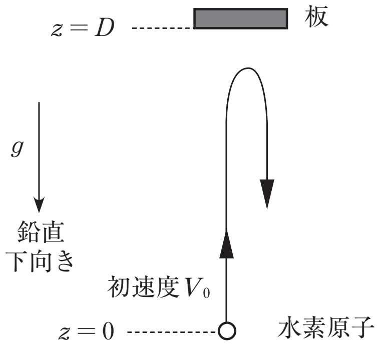


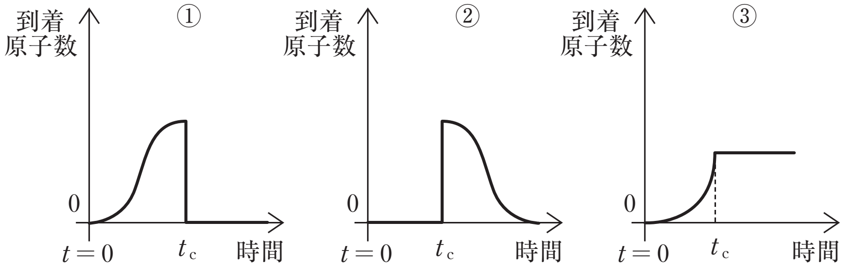
図２

図２のように，水素原子を位置 $z=0$ で，時刻 $t=0$ に，鉛直上向きに初速度 V_0〔m/s〕で打ち上げると，時刻 [け]〔s〕には，再び同じ $z=0$ の位置にもどってくる。ここで重力加速度を g〔m/s^2〕とする。

さらに，位置 $z=D$〔m〕に板を置いておき，そこに水素原子が到着した場合には原子は吸着されてしまうとする。水素原子が再び $z=0$ の位置にもどってくることができるためには，水素原子の打ち上げ初速度 V_0〔m/s〕は，[こ]〔m/s〕以下でなければならない。

さて，より現実的な状況として，[こ]〔m/s〕を中心とした初速度分布をもった水素原子の集まりを考える。この水素原子の集まりを，時刻 $t=0$ に，位置 $z=0$ から同時に打ち上げた場合，再び位置 $z=0$ に到着する水素原子数の時間分布は，{さ：選択図１より選択}のようになる。また，この図中の t_c〔s〕は，D，g を用いて $t_c=$ [し]〔s〕と表される。以上のような実験を行い，D〔m〕と t_c〔s〕に対して，それぞれ，$D=1.226$m，$t_c=1.000012$s という測定値を得た。これから g〔m/s^2〕の値を有効数字の範囲で求めると，[す]〔m/s^2〕となる。

< Note >



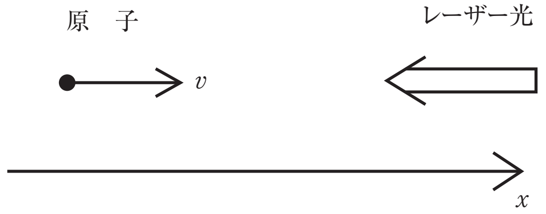
選択図 1

< Note >

第９講　確認テスト

次の文を読んで，［　　　］に適した式または語句を，［［　　　］］には数値を，また｛　　　｝の中の正しいものの番号をそれぞれの解答欄に記入せよ。ただし，数値は有効数字１けたで解答せよ。

光によって原子やイオン等の運動を次のようにして制御することができる。図に示すように，速度 v〔m/s〕で x 軸の正の向きに運動している原子にそれと対向する向きに振動数 ν〔Hz〕のレーザー光を照射した場合を考えよう。光速度を c〔m/s〕とすると，速度 v で運動をしている原子から見ればレーザー光の振動数は［　イ　］と呼ばれる効果により，$\nu'=$［　ロ　］〔Hz〕のようになる。従って，原子が静止している時には振動数 ν_0〔Hz〕の吸収線をもっているものとすると，レーザー光の振動数が $\nu=$［　ハ　］になったときレーザー光は吸収される。ところで，プランク定数を h〔J･s〕とすると，振動数 ν の光はエネルギー $h\nu$〔J〕，運動量の大きさ $\dfrac{h\nu}{c}$〔N･s〕をもつ光子の集まりであると考えられる。このように光子は運動量をもっているので，光を吸収するとき原子は［　ニ　］の方向の力積を受ける。光を吸収し，高いエネルギー状態に励起された原子はエネルギーを放出して再び元のエネルギー状態に戻り，このとき原子は力積を受けないものとする。この結果光を吸収することによって原子の速度は変化する。原子の速度が変化しても光を吸収し続けるためには，速度変化に応じてレーザー光の振動数を｛**ホ**：①次第に増加させ　②一定に保持し　③次第に減少させ｝なければならない。



いま，速度 $v=3\times10^2$m/s，質量 $m=4\times10^{-26}$kg の原子に，図のように，レーザー光を照射した場合を考えよう。レーザー光の振動数は最初 5×10^{14}Hz であったとする。この振動数を微小に変化させて光を吸収させ，原子を静止させることができたとすると，原子は静止するまでの間に［［　へ　］］個の光子を吸収し，費やされたエネルギーは［［　ト　］］〔J〕となる。また，その間のレーザー光の振動数変化量は［［　チ　］］〔Hz〕になる。ただし，プランク定数を $h=6.6\times10^{-34}$J･s，光速度を $c=3\times10^8$m/s とせよ。

また，空間のある領域内に閉じ込められている原子やイオンの運動を光によって制御し，ついには静止させることもできる。例えば，x 軸上のみを動きうる，質量 m〔kg〕，電荷 q〔C〕($q>0$)のイオンに，x 軸の方向に $E(x)=-kx$〔N/C〕(k は正の定数)で表される電界を加えて閉じ込めた場合を考えよう。この電界がイオンに与える力 F は $F(x)=$［　リ　］〔N〕で表

< Note >

される。$x=0$ における位置エネルギーを 0 とすると，イオンは位置エネルギー $U(x)=$ [ヌ]〔J〕をもつことになる。イオンが時刻 $t=0$ で，位置 $x=0$ を速度 v_0〔m/s〕で通過する場合には，$t>0$ では [ル] と呼ばれる運動をすることになり，イオンの位置 x〔m〕及び速度 v は時刻 t〔s〕の関数として，$x=$ [ヲ]，$v=$ [ワ] のように表すことができる。レーザー光を照射させイオンの運動を次第に弱めるためには，レーザー光の振動数は静止したイオンの吸収線の振動数｛**カ**：①より高く　②に等しく　③より低く｝しなければならない。

< Note >

第 10 講　原子と原子核Ⅱ

1

次の文を読んで，［　　　］に適した式を，それぞれの解答欄に記入せよ。さらに，問 1 〜問 3 に答えよ。解答はすべて所定の解答欄に記入せよ。

(1)　静止している質量 m_B〔kg〕の原子核 B に，質量 m_A〔kg〕の原子核 A が，速度 v_A〔m/s〕で衝突して，原子核反応を起こし，質量 m_C〔kg〕の原子核 C と，質量 m_D〔kg〕の原子核 D が生じる現象を考えてみよう。図 1 に示したように，v_A の方向を x 軸にとり，それに垂直な方向を y 軸とする。いま，生成された原子核 C が，$-y$ 軸方向に放出される場合を考え，原子核 C の速度を v_C〔m/s〕，原子核 D の速度を v_D〔m/s〕，x 軸から測った原子核 D の運動の方向を θ とする。このとき，反応前後の x 軸方向の運動量保存則は，$m_A v_A =$［　あ　］〔kg･m/s〕，y 軸方向の運動量の保存則は，［　い　］〔kg･m/s〕$=0$ と表すことができる。またエネルギーの保存則は，質量欠損によるエネルギー $Q=(m_A+m_B-m_C-m_D)c^2$〔J〕を用いて，$\frac{m_A v_A^2}{2}=$［　う　］〔J〕と書くことができる。

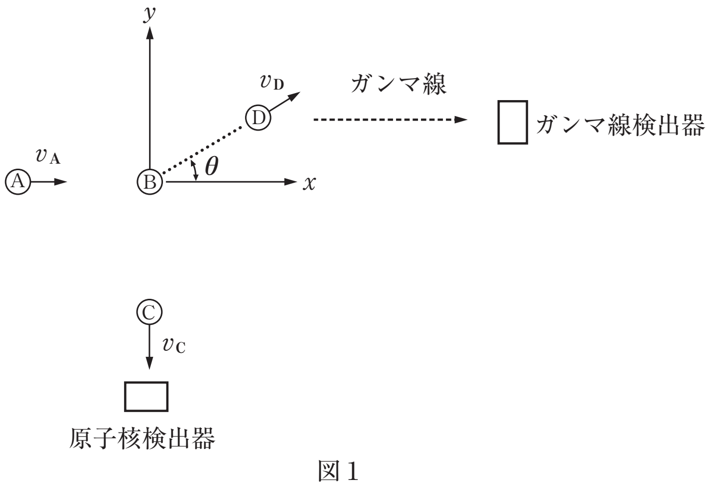


図 1

ここで c〔m/s〕は真空中の光の速さである。これらの式を連立させて解くことにより，各原子核の質量と v_A〔m/s〕および Q〔J〕を用いて，$v_C=$［　え　］〔m/s〕，$v_D=$［　お　］〔m/s〕となる。

上で考えた原子核反応が生じたかどうかは，図 1 に示したように，原子核 C を検出できる原子核検出器を $-y$ 軸上に置くことによって，知ることができる。この原子核検出器で原子核 C が検出されたときには，上記の原子核反応が生じて，原子核 D が θ の方向に速度 v_D〔m/s〕で放出されていることがわかる。

< Note >

⑵　反応で生成される原子核Dが，ガンマ線を放出する短寿命の放射性同位元素である場合を考える。放出されるガンマ線の振動数は，原子核Dが静止しているときには ν_0〔s^{-1}〕とする。原子核Dが放出するガンマ線のうちで，x 軸方向に放出されたものを，図1で示したガンマ線検出器で検出する。このとき，検出したガンマ線のうちで，ガンマ線の検出とほぼ同時に，原子核検出器でも原子核Cが検出されたものだけを，選び出すことを考えよう。この同時計測によって，図1に示したような θ 方向に v_D〔m/s〕の速度で進む原子核Dが放出するガンマ線のみを正確に計測することができる。このとき，原子核Dがガンマ線検出器に向かう速度(x 軸方向の速度)は，v_D〔m/s〕と θ を使って［ か ］〔m/s〕と表すことができるので，観測したガンマ線の振動数 ν_1〔s^{-1}〕は，ν_0〔s^{-1}〕，θ，v_D〔m/s〕，c〔m/s〕を使って，$\nu_1=$［ き ］〔s^{-1}〕と表すことができる。

⑶　原子核Bを持つ原子からなる結晶を標的として，これに多数の原子核Aを入射させる場合を考える。そして，上と同様に，$-y$ 軸方向に放出された原子核Cと，x 軸方向に放出されたガンマ線の，同時計測を行う。この同時計測によって，結晶内の原子核Bの位置で，θ 方向に v_D〔m/s〕の速度を持って生じた原子核Dが，x 軸方向に放出したガンマ線を測定することができる。このとき，原子核Dの進路上に原子核Bが存在すると，これと弾性衝突することにより，原子核Dのガンマ線検出器に向かう速度が変化する。このように，結晶を標的として測定を行うと，振動数 ν_1〔s^{-1}〕のガンマ線以外に，ν_1〔s^{-1}〕と異なった振動数を持ったガンマ線が観測される。また，そのようなガンマ線の強度は，結晶の向きによって変化する。

なお，原子核Dと原子核Bの衝突では核反応は起こらず，弾性衝突のみが起こる。また，原子核Cは結晶中を自由に進む。

問1　⑶で述べたような ν_1〔s^{-1}〕と異なった振動数を持つガンマ線が観測されるのはなぜか。

問2　観測されたガンマ線のうちで，振動数が ν_1〔s^{-1}〕であるガンマ線のしめる割合が最も減少するのは，図2に示した2つの結晶の配置のうちどちらの場合か。また，その理由も述べよ。

問3　このとき，振動数が ν_1〔s^{-1}〕のガンマ線の強度は，同時計測により測定した全ガンマ線強度の $\dfrac{3}{4}$ であった。このことから原子核Dのガンマ崩壊の半減期を求めよ。ただし，原子核Bは結晶の格子位置に正確に存在するものとし，図2に示した格子間隔 d〔m〕は 3×10^{-10}m，原子核Dの速度 v_D〔m/s〕は 1.5×10^{7}m/s とする。

＜ Note ＞

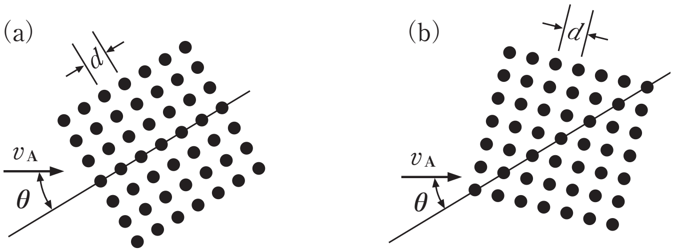


図 2

< Note >

2

次の文を読んで，[　　　]には適した式を，[　　　]には数値を，それぞれ記せ。また，問 1 と問 2 については指示された条件のグラフおよび文章をそれぞれ記せ。

(1)　中性子は，陽子とほぼ同じ質量をもち，電荷をもたない中性の粒子で，1932 年にチャドウィックによって発見された。これによって原子核が陽子と中性子からできていることが明らかになった。核分裂や核反応で生成される高速の中性子は，水で減速されてさまざまな用途に利用される。この場合，中性子は主として水分子中の水素の原子核である陽子と弾性衝突することによりエネルギーを失う。簡単のため，この陽子を自由な粒子とみなすと，例えば，ある運動エネルギーをもった中性子が，静止していた陽子と衝突し衝突前の進行方向に対して 45° の方向に散乱された場合，中性子の運動エネルギーはおよそ[　あ　]倍になる。

次々と散乱されて水の温度にまで冷却された中性子を熱中性子と呼ぶ。熱中性子を理想気体分子のように扱ってよいとすれば，絶対温度 T の中性子の平均運動エネルギーは，ボルツマン定数を k とすると，[　い　]で与えられる。この運動エネルギーをもつ中性子のド・ブロイ波長は，中性子の質量を M_n，プランク定数を h とすると，[　う　]である。例えば $T=350$K のとき，このド・ブロイ波長の値は，$k=1.4\times10^{-23}$J/K，$h=6.6\times10^{-34}$J・s，$M_n=1.7\times10^{-27}$kg を用いて，有効数字 2 けたで求めると，[　え　]m となる。

この程度の波長の中性子は，X 線と同様の回折現象を起こす。いま，原子配列面の間隔が d である結晶に，図 1 に示されるような広がった速度分布をもつ中性子を，図 2 のように角度 ϕ で入射させたとき，同じく角度 ϕ で強く反射される中性子の波長は，n を自然数として，[　お　]となる。

問 1　強く反射される最も遅い中性子の速度の大きさが，図 1 に示された v_0 であるとき，反射後の中性子の速度分布の概形を，横軸を中性子の速さ，縦軸を中性子の数として描け。横軸には，図 1 中の v_0 のように，速さを表すのに必要な量を記入すること。

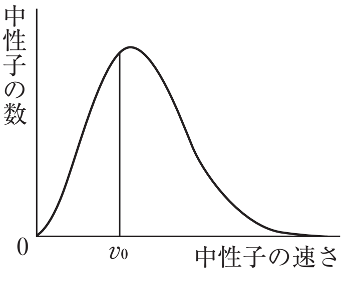


図 1

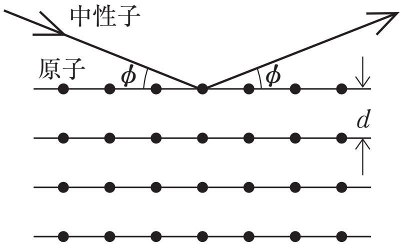


図 2

＜ Note ＞

問 1

(2)　以下は，電荷をもたない基本粒子であるニュートリノ，反ニュートリノに関する問題である。これらの粒子の質量はごく小さいことが知られており，以下の解答に際してはこれを 0 としてよい。この場合，ニュートリノ，反ニュートリノともに，そのエネルギー E と運動量の大きさ P の関係は，光子の場合と同じで，光速を c として $E=cP$ で与えられる。

中性子やある種の放射性同位元素は β 線（電子線）を放出して崩壊する。例えば，陽子 1 個と中性子 2 個でできた 3 重水素（トリチウム）の原子核 ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ は

$${}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He}+\mathrm{e}^{-}+\overline{\nu} \qquad \text{(A)}$$

に従って崩壊する。ここで e^{-} は電子，$\overline{\nu}$ は反ニュートリノと呼ばれる粒子である。静止したトリチウムがこのように崩壊した場合，崩壊後の全運動エネルギーは，${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ 原子核，${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ 原子核，e^{-} の質量をそれぞれ M_{a}，M_{b}，m_{e} とすると，［　か　］となる。ニュートリノや反ニュートリノは物質との相互作用が極めて弱いので検出が難しく，初期には電子しか検出できなかった。もし反ニュートリノが存在しない場合，すなわち，${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ が

$${}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He}+\mathrm{e}^{-} \qquad \text{(B)}$$

に従って崩壊する場合には，電子のもつ運動エネルギーは一定で，［　き　］となる。しかしながら，実際に観測された電子の運動エネルギーは連続的に分布しており，これだけではエネルギー保存則が破れているように見えた。

一方，静止したトリチウムが反応式(A)に従って崩壊する場合には，例えば崩壊後の ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ 原子核，e^{-}，$\overline{\nu}$ の運動量の大きさが，それぞれ P_{b}，P_{e}，P_{ν} であり，さらに ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ 原子核と $\overline{\nu}$ の運動量の向きが同じで，e^{-} の運動量の向きがそれらと逆向きである場合を考えてみると，P_{b}，P_{e}，P_{ν} は関係式［　く　］および［　け　］を満たす。この 2 つの関係式から P_{e} を P_{ν} の関数として表すと，電子の運動量 P_{e}，したがって運動エネルギーは，一定ではなく連続な値をとることが分かる。このような事実を根拠にしてパウリは，現在ニュートリノ・反ニュートリノと呼ばれている中性粒子の存在を予言した。

その後，ニュートリノ・反ニュートリノは直接検出され，その存在が実証された。岐阜県神岡にあるニュートリノ・反ニュートリノ検出器であるスーパーカミオカンデでは，①<u>およそ 50000 トンの水が使用されている</u>。そこでは，例えば太陽からやってくるニュートリノが水分子の電子と弾性衝突して，その結果たたき出された電子が水中を進むときに

＜ Note ＞

生じるチェレンコフ光と呼ばれる微弱な可視光が，高感度の光電子増倍管でとらえられるようになっている。

静止している質量 m_e の電子に，運動量の大きさが P_1 のニュートリノが弾性衝突したとしよう。衝突後の電子の運動量の大きさが P_2 であったとすると，たたき出された電子の散乱方向とニュートリノの入射方向の間の角度 θ は, $\cos\theta =$ [こ] を満たす。ただし，電子を水分子の束縛から引き離すために必要なエネルギーは無視できるものとする。

問２　上の文中の下線部①について，(a)このような膨大な量の物質を使用する物理学的理由と，(b)水を使用する物理学的理由とを，それぞれ 40 字程度で述べよ。

＜ Note ＞

第 10 講　確認テスト

次の文を読んで，［　　　］には適した式を，また，［［　　　］］には適した数値を，それぞれ記せ。

原子核反応には，反応の前後で質量が減少する発熱反応と，逆に質量が増加する吸熱反応とがある。吸熱反応は，反応前の粒子の運動エネルギーが，ある値以上にならないと起こらない。

速度 v_1 で運動している質量 m_1 の粒子 1 が，静止している質量 m_2 の粒子 2 に衝突し，反応後，質量 m_3，速度 v_3 の粒子 3 と，質量 m_4，速度 v_4 の粒子 4 ができるとする。ここでは，粒子 3 と粒子 4 の運動の方向は，速度 v_1 の方向と同じであると仮定して，一直線上の運動を考える。一般に，反応の前後では粒子の質量に差が生じる。この質量の差 $m_3+m_4-m_1-m_2$ はアインシュタインの関係を用いれば，エネルギー E で表すことができ，光の速さを c とすると，$E=$［　イ　］である。したがって，反応の前後でのエネルギー保存の法則は，この E を用いて

$$\frac{1}{2}m_1{v_1}^2-\left(\frac{1}{2}m_3{v_3}^2+\frac{1}{2}m_4{v_4}^2\right)=\text{［　ロ　］} \quad \cdots\cdots①$$

と表すことができる。

吸熱反応ではエネルギー E は正であるが，粒子 1 の運動エネルギーが E 以上であっても，必ずしも反応は起こらない。なぜなら，衝突における運動量保存の法則

$$m_3v_3+m_4v_4=\text{［　ハ　］} \quad \cdots\cdots②$$

より，粒子 3，4 の速度がともに 0 になることはあり得ないからである。すなわち，粒子 1 の運動エネルギーの一部は，反応により生成する粒子 3, 4 の運動エネルギーになる。そこで，エネルギーおよび運動量の保存の法則を用いて，吸熱反応が起こるために必要な粒子 1 の運動エネルギー $\frac{1}{2}m_1{v_1}^2$ の最小値 K〔J〕を求めてみよう。

まず反応により生成される粒子 3 と粒子 4 の相対速度 w を

$$v_3-v_4=w \quad \cdots\cdots③$$

とおく。②，③式を用いて，粒子 3 と粒子 4 の運動エネルギーの和を，粒子 1 の速度 v_1 と，相対速度 w と各粒子の質量 m_1 ～ m_4 とで表すことにしよう。得られる結果を整理すると，${v_1}^2$ に比例する項と w^2 に比例する項だけが残り，次式の形に書ける。

$$\frac{1}{2}m_3{v_3}^2+\frac{1}{2}m_4{v_4}^2=\text{［　ニ　］}\times{v_1}^2+\text{［　ホ　］}\times w^2 \quad \cdots\cdots④$$

この式の右辺の第二項は，粒子 3 と粒子 4 の相対運動に関係するエネルギーの項である。④式を①式に代入すると，粒子 1 の運動エネルギーが最小となるのは，$w=0$ の場合であることが分かる。このとき，$v_3=v_4=$［　ヘ　］となり，求める粒子 1 の運動エネルギーの最小値は，$K=$［　ト　］$\times E$ と決まる。

< Note >

電荷をもたない中性子については，その質量を求めるのに核反応を用いる方法がとられた。陽子を静止した三重水素核 ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ にあてると，核反応

$${}^{1}_{1}\mathrm{H}+{}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{1}_{0}\mathrm{n}+{}^{3}_{2}\mathrm{He}$$

が起こる。これは，${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ の運動エネルギーが 1.019MeV 以上の場合のみ起こる吸熱反応である。この反応における原子核と中性子，${}^{1}_{1}\mathrm{H}$，${}^{3}_{1}\mathrm{H}$，${}^{1}_{0}\mathrm{n}$，${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ をそれぞれ上述の粒子 1，2，3，4 としよう。なお，以下の解答にあたっては，次に示す数値を用いよ。

c(光の速さ)＝3.00×10^{8}m/s，1MeV＝10^{6}eV＝1.60×10^{-13}J

1u(原子質量単位)＝1.66×10^{-27}kg，${}^{1}_{1}\mathrm{H}$(陽子)の質量＝1.00728u

この反応の場合，K＝1.019MeV である。ここで，それぞれの粒子の質量は，有効数字 3 けたの範囲では，ほぼその質量数に比例するとみなし，上で得られた K と E の関係を用いて，エネルギー E の値を電子ボルト単位の有効数字 3 けたの数値で求めると，［ チ ］MeV となる。

一方，${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ は放射性があり，ベータ崩壊によって徐々に ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ となる。このとき放射されるベータ線のエネルギーの測定から，${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ と ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ の原子核の質量差 m_2-m_4 に対応するエネルギー E' が分かっている。${}^{1}_{0}\mathrm{n}$ と ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ の質量差をエネルギー E と E' を用いて表すと，m_3-m_1＝［ リ ］である。実際に測定されているエネルギー E' の大きさは 0.530MeV なので，上記の ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ の質量を用いれば，結局，${}^{1}_{0}\mathrm{n}$ の質量 m_3 は，原子質量単位で小数点以下 5 けたまで求めると［ ヌ ］u となる。

＜ Note ＞

テキスト解答

第１講　解答

1

イ　$\frac{3}{2}l$　ロ　$6mg$　ハ　$\sqrt{2gl}$　ニ　$\frac{1}{4}l$　ホ　$\sqrt{\frac{l}{2g}}$　ヘ　$\sqrt{\frac{7l}{2g}}$

ト　$\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{l}{6g}}$　チ　$\sqrt{\frac{l}{6g}}$　リ　$\frac{3}{4}l+\frac{1}{12}\left(\frac{\pi}{4}+1\right)^2 l$

2

ア　$\frac{2kl}{m}$　イ　$-\frac{2kl}{M}$　ウ　$l\sqrt{\frac{2kM}{m(M+m)}}$　エ　$l\sqrt{\frac{2km}{M(M+m)}}$

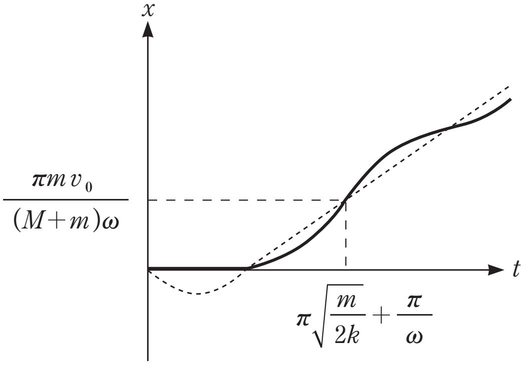
オ　$N+2kd$　カ　$-2kd$　キ　$-v_0\sqrt{\frac{m}{2k}}\sin\sqrt{\frac{2k}{m}}t$　ク　$\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$

ケ　②　コ　$\frac{m}{M+m}v_0t_1$　サ　$\frac{mv_0}{M+m}\left(t_1-\frac{1}{\omega}\sin\omega t_1\right)$

シ　$\frac{2m}{M+m}v_0$　ス　0

問１　略解：運動方程式が，$m(a_2-a_1)=-\frac{2k(M+m)}{M}X$ の形になる。

問２



第２講　解答

1

ア　br　　イ　①　　ウ　$br\cos\alpha - D$　　エ　$br\cdot\Delta r$　　オ　②

カ　$-Dv\cdot\Delta t$　　キ　$\dfrac{1}{2}$　　ク　$-\dfrac{D}{2m}$　　ケ　$v_0-\dfrac{D}{2m}t$　　コ　④

問１　略

問２　$\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{D}{m}$，加速される　（理由は略）

2

ア　$\dfrac{(1+e)m_3}{m_1+m_3}v_0$　　イ　$\dfrac{m_3-em_1}{m_1+m_3}v_0$　　ウ　$-\dfrac{\mu_1(m_1+m_2)+\mu_2 m_2}{m_1}g$　　エ　$\mu_2 g$

オ　$-\mu_1 g$　　カ　$\dfrac{v}{a_2-a_1}$　　キ　$\dfrac{a_2}{a_2-a_1}v$　　ク　$\dfrac{a'-a_2}{(a_2-a_1)a'}v$　　ケ　$\dfrac{m_1 v}{(\mu_1+\mu_2)(m_1+m_2)g}$

コ　$\dfrac{m_1 v}{\mu_1(m_1+m_2)g}$　　サ　$l_1-l_2 \geqq \dfrac{m_1 v^2}{2(\mu_1+\mu_2)(m_1+m_2)g}$

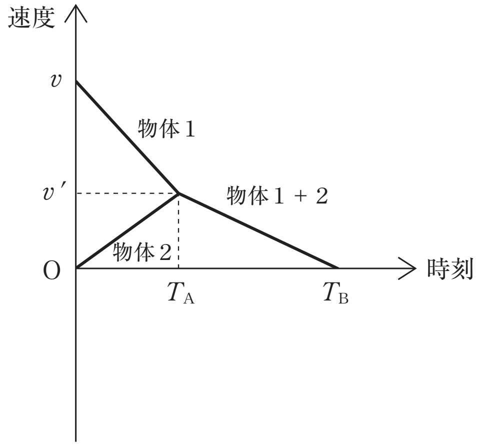
シ　$\dfrac{m_1 v^2}{2(\mu_1+\mu_2)(m_1+m_2)g}\left\{1+\dfrac{\mu_2 m_1}{\mu_1(m_1+m_2)}\right\}$

ス　$\dfrac{1}{2}m_1 v^2$

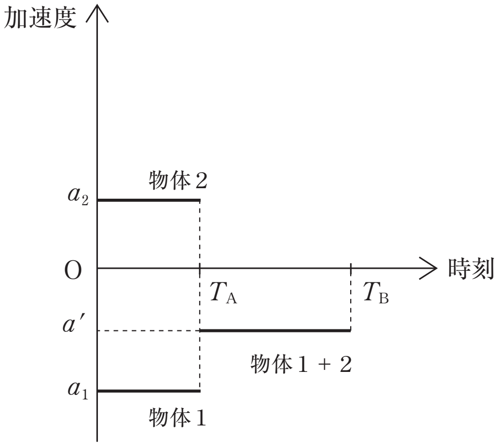
セ　$\mu_1(m_1+m_2)g x_B$

ソ　$\mu_2 m_2 g(x_1-x_2)$

問１　(a)



(b)



問２　略

第３講　解答

1

イ　$\dfrac{\varepsilon w V^2\{l(d-c)+cX\}}{2d(d-c)}$

ロ　略

ハ　$\dfrac{1}{2}\varepsilon E^2$　　ニ　0　　ホ　$\dfrac{\varepsilon wcV^2}{2d(d-c)}\cdot\Delta X$

ヘ　2　　ト　ΔX　　チ　①　　リ　2.7×10^{-3}

問１　金属板を y 方向に動かしても，静電エネルギーの変化はない。よって力も 0。

問２　金属箱の内側は，静電遮蔽により電場が存在しないので，金属板の場合と変わらない。

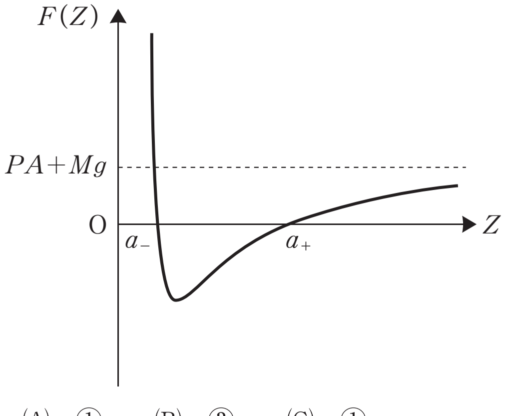
2

あ　$-\dfrac{Q}{\varepsilon A}$　　い　$-\dfrac{Q^2}{2\varepsilon A}$　　う　$PA+Mg-\dfrac{nRT}{z}+\dfrac{\varepsilon AV^2}{2z^2}$

え　$\dfrac{nRT}{\sqrt{2\varepsilon A(PA+Mg)}}$　　お　$\dfrac{nRT}{PA+Mg}$　　か　$\dfrac{a_0}{2}\left(1+\sqrt{1-\dfrac{V^2}{V_C{}^2}}\right)$

き　$\dfrac{a_0}{2}\left(1-\sqrt{1-\dfrac{V^2}{V_C{}^2}}\right)$

問１



問２　(A)　①　　(B)　③　　(C)　①

問３　略

第４講　解答

1

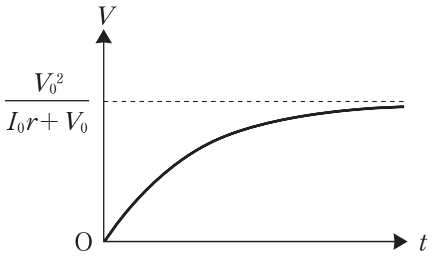
イ　$\dfrac{V_0}{I_0}$　　ロ　$\dfrac{SV_0}{hI_0}$　　ハ　$I_0\sin\omega_0 t$　　ニ　$\dfrac{\pi}{2}$　　ホ　$\dfrac{I_0}{\omega_0 V_0}$

ヘ　$\dfrac{hI_0}{\varepsilon_0 S\omega_0 V_0}$　　ト　$\sqrt{2}\,I_0$　　チ　$\dfrac{Q}{C}$　　リ　0　　ヌ　$\dfrac{V_0}{r}$

ル　$\dfrac{V_0}{I_0 r+V_0}\cdot I_0$

問１　$\dfrac{1}{2}$倍

問２



2

イ　$Ba(2b-Vt)$　　ロ　$-\dfrac{BaV}{R}$　　ハ　$\dfrac{BaV}{R}$　　ニ　$\dfrac{B^2a^2V}{R}$　　ホ　$\dfrac{B^2a^2V}{R}$

ヘ　$\dfrac{2B^2a^2}{R}$　　ト　$\dfrac{mgR\sin\theta}{2B^2a^2}$　　チ　$C\{V-v(t)\}$　又は　$mg\sin\theta-Cv(t)$

リ　$-\dfrac{C}{m}$　　ヌ　$V\left(1-e^{-\frac{C}{m}t}\right)$　　ル　$\dfrac{m}{C}$

問１　(a)　3.1×10^{-1}m/s

　　　(b)　4.0×10^{-2}s

第５講　解答

1

ア $\dfrac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$　イ wt　ウ v_3t　エ v_2t　オ $\dfrac{v_2}{\sin\theta_2}-\dfrac{v_3}{\sin\theta_3}$

カ $v_3+w\sin\theta_3$　キ $\theta_2=\theta_4$　ク $\dfrac{v_1}{v_2}$　ケ ①　コ $\dfrac{v_2}{v_3+w}$

サ $\dfrac{v_1}{v_3+w}$　シ ①

2

ア $\dfrac{v_s}{f_s}$　イ $\dfrac{1}{2}ct_2$　ウ $\dfrac{v_s}{c}f$　エ $\dfrac{2v_s}{c}f$　オ $\left(1+\dfrac{v_s}{c}\right)\dfrac{c}{f}$

カ $\dfrac{2v_s}{nf_s}$　キ $\dfrac{f_s}{2f_0}c$　ク $\dfrac{1}{2}$　ケ 3.00×10^2　コ -5.0×10

第６講　解答

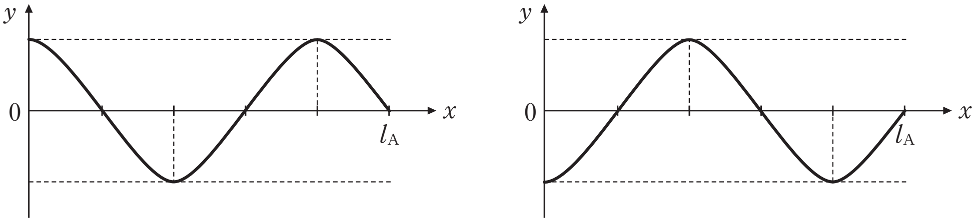
1

あ　$\dfrac{4}{5}l_A$　　い　$\dfrac{4}{5}l_A f$　　う　$\dfrac{1}{5}f$　　え　$x+y$　　お　$x+\Delta x+y+\Delta y$

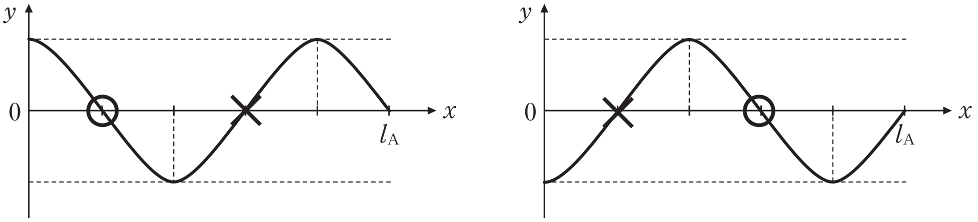
か　$\dfrac{1}{1+\dfrac{\Delta y}{\Delta x}}$　　き　③　　く　$\dfrac{4}{7}l_B$　　け　$\dfrac{l_B}{l_A}T_A$　　こ　$\dfrac{7}{5}$

さ　$\dfrac{7}{5}T_A$　　し　①

問１



問２



問３　$V_0=\dfrac{8fl_Al_B}{35(l_B-l_A)}$　　$b=\dfrac{4fl_A(5l_B-7l_A)}{35(l_B-l_A)T_A}$

2

あ　$d\sin\theta$　　い　$\dfrac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta$　　う　$2\pi m$　　え　$N^2A_0{}^2$　　お　$\dfrac{2\pi n}{N}$

か　$\dfrac{\sin^2\dfrac{N\delta}{2}}{\sin^2\dfrac{\delta}{2}}A_0{}^2$　　き　$\dfrac{4}{9\pi^2}$　　く　$\left(m+\dfrac{1}{N}\right)\lambda$　　け　$\dfrac{\lambda}{d\cos\theta_m}$

第７講　解答

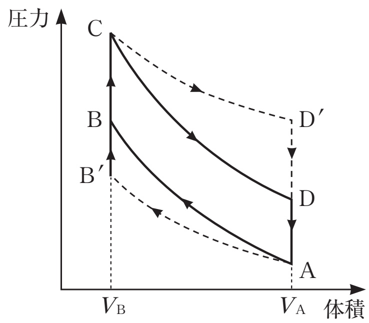
1

あ　$2mv_xv_p$　い　$\dfrac{v_x\cdot\Delta t}{2L}$　う　$\dfrac{v_p\cdot\Delta t}{L}$　え　$-\dfrac{\Delta L}{L}m{v_x}^2$　お　$\dfrac{3}{2}$

か　$\dfrac{1}{k}$　き　$-\dfrac{2\Delta L}{3kL}$　く　$-\dfrac{2\Delta L}{3L}$　け　$V^{\frac{5}{3}}$　こ　$\dfrac{3}{2}R(T_C-T_B)$

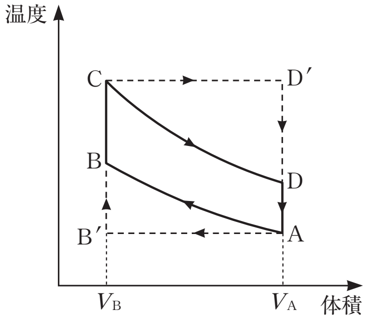
さ　$\dfrac{3}{2}R(T_D-T_A)$　し　$1-\dfrac{T_D-T_A}{T_C-T_B}$　す　$1-\varepsilon^{-\frac{2}{3}}$

問１



②の方が仕事は大きい。

問２



2

あ　$\dfrac{\rho_0RT_0}{w}$　い　$\dfrac{\rho_0RT_0}{w}\left(\dfrac{T}{T_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$　う　$\rho_0\left(\dfrac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

え　$\dfrac{T_1}{T_1-T_0}\cdot\dfrac{M}{\rho_0}$　お　$\dfrac{\rho_0VT_0}{wT_1}$　か　$\dfrac{\rho_0VT_0}{wT_1}(C_V+R)(T_1-T_0)$

き　$\dfrac{\rho_0VT_0}{wT_1}C_V(T_1-T_0)$　く　$\left(\dfrac{T_0}{T_1}+\dfrac{M}{\rho_0V}\right)^{\gamma-1}T_0$

け　$\left(\dfrac{T_0}{T_1}+\dfrac{M}{\rho_0V}\right)^{\gamma}T_1$　こ　②

第８講　解答

1

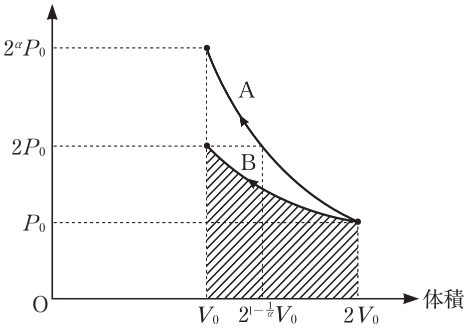
あ $\dfrac{2P_0V_0}{RT_0}$　い $\dfrac{P_0V_0}{RT_0}$　う $\dfrac{5}{4}P_0V_0$　え $\dfrac{1}{2}P_0V_0$　お $\dfrac{7}{4}P_0V_0$

か R　き $\dfrac{5}{3}$　く $\dfrac{7}{5}$　け $2^{1-\frac{1}{\alpha}}V_0$　こ $2^{\alpha}P_0$

さ $2^{\frac{\alpha}{\beta}}V_0$　し ①　す ②

問１　$Q+2\left(2^{2-\frac{1}{\alpha}}-3\right)P_0V_0$

問２

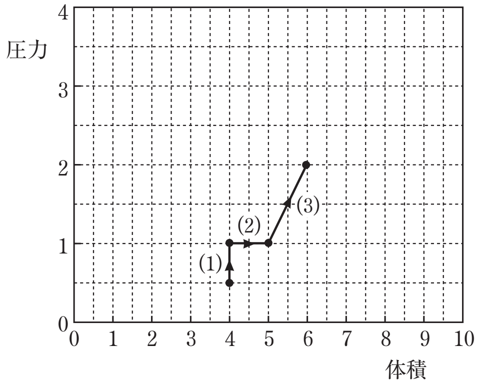


2

イ $\dfrac{P_0S}{a}$　ロ $2T_0$　ハ $\dfrac{3P_0Sar}{V^2}$　ニ $\dfrac{5}{2}T_0$　ホ $\dfrac{5}{2}P_0Sa$

ヘ $6T_0$　ト $12P_0Sa$　チ $\dfrac{20}{3}T_0$　リ $\dfrac{3}{28}$

問１



第９講　解答

1

あ　$\Delta E=\frac{1}{2}Mv^2+hf_1$　　い　$0=Mv-\frac{hf_1}{c}$　　う　$\frac{\Delta E}{h}\left(1-\frac{\Delta E}{2Mc^2}\right)$

え　$\frac{\Delta E}{h}\left(1-\frac{\Delta E}{2NMc^2}\right)$　　お　$c+A\omega\sin\omega t$　　か　$\frac{\Delta E}{2A\omega NMc}$　　き　0.6

く　③

問１　エネルギー保存則：$\Delta E=\frac{1}{2}NMv_N{}^2+hf_N$

運動量保存則：$0=\frac{hf_N}{c}-NMv_N$　　（証明は略）

問２　吸収体の速度が $t=t_1$ のときと一致する場合のみ，吸収体は γ 線を吸収する。そして，それは一周期の前半に２回のみ存在するから。

2

あ　$\frac{h\nu}{c}$　　い　$h\nu$　　う　$\frac{1}{2}MV_1{}^2+E_1+h\nu=\frac{1}{2}MV_2{}^2+E_2$

え　$MV_1-\frac{h\nu}{c}=MV_2$　　お　$h\nu\left(1+\frac{V_1}{c}\right)-\frac{1}{2M}\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2$　　か　①　　き　$\frac{nh\nu}{c}$

く　$\frac{McV_1{}^2}{2nh\nu}$　　け　$\frac{2V_0}{g}$　　こ　$\sqrt{2gD}$　　さ　①　　し　$2\sqrt{\frac{2D}{g}}$

す　9.808

第 10 講　解答

1

あ　$m_D v_D \cos\theta$　い　$m_D v_D \sin\theta - m_C v_C$　う　$\frac{1}{2}m_C {v_C}^2 + \frac{1}{2}m_D {v_D}^2 - Q$

え　$\sqrt{\frac{m_A(m_D - m_A){v_A}^2 + 2m_D Q}{m_C(m_C + m_D)}}$

お　$\sqrt{\frac{m_A(m_A + m_C){v_A}^2 + 2m_C Q}{m_D(m_C + m_D)}}$

か　$v_D \cos\theta$　き　$\frac{c}{c - v_D \cos\theta}\nu_0$

問 1　原子核 D が原子核 B に衝突し，速度の x 成分が変化するから。

問 2　(a)　原子核 D が発生してから，原子核 B に衝突するまでの時間が長い方が，ν_1 の γ 線が出る確率が高いので，距離が長い(a)。

問 3　1.0×10^{-17}〔s〕

2

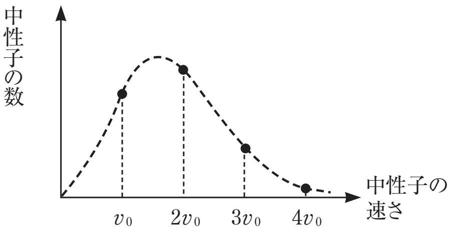
あ　$\frac{1}{2}$　い　$\frac{3}{2}kT$　う　$\frac{h}{\sqrt{3M_n kT}}$　え　1.3×10^{-10}〔m〕　お　$\frac{2d\sin\phi}{n}$

か　$(M_a - M_b - m_e)c^2$　き　$\frac{M_b}{M_b + m_e}(M_a - M_b - m_e)c^2$　く　$P_b + P_\nu - P_e = 0$

け　$(M_a - M_b - m_e)c^2 = \frac{{P_b}^2}{2M_b} + \frac{{P_e}^2}{2m_e} + cP_\nu$

こ　$\frac{P_2}{2P_1}\left(1 + \frac{P_1}{m_e c} - \frac{{P_2}^2}{4{m_e}^2 c^2}\right)$

問 1



問 2　(a)　ニュートリノは反応性が乏しいため，水の量を極度に増やして反応が起こる確率を上げる。

(b)　水は透過性が高く，気体に比べ光速度が低く，電子密度も高い。また，安価であるため。

確認テスト解答

第１講　確認テスト

【解答】

イ　mg　　ロ　M_2g　　ハ　$M_2 \leqq \mu m$　　ニ　$\dfrac{F}{m+M_1+M_2}$　　ホ　M_2g

ヘ　$M_2g-\dfrac{mF}{m+M_1+M_2}$　　ト　$\dfrac{M_2}{m+M_1+M_2}F$　　チ　$\dfrac{F+S-T-f}{M_1}$

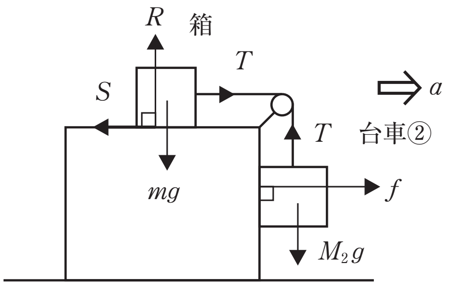
リ　M_1g+R+T　　ヌ　$\left(\mu+\dfrac{M_2}{m}\right)(M_1+M_2+m)g$　　ル　$\dfrac{M_2(m+M_1+M_2)g}{m}$

【解説】

(1)　イ　mg　　ロ　M_2g　　ハ　$M_2 \leqq \mu m$

(2)　運動方程式は，

$$\begin{cases} \text{箱}\quad\ \ : ma=T-S & \cdots\cdots① \\ \text{台車１}: M_1a=F+S-T-f & \cdots\cdots② \\ \text{台車２}: M_2a=f & \cdots\cdots③ \end{cases}$$

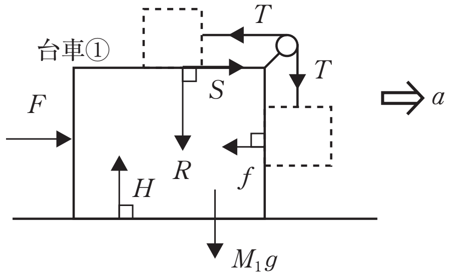


ニ　①＋②＋③より，

$$(m+M_1+M_2)a=F \qquad \therefore \quad a=\frac{F}{m+M_1+M_2} \cdots ④$$

ホ　台車２について，鉛直方向の力のつりあい

$$T=M_2g \qquad \cdots\cdots⑤$$



ヘ　④と⑤を①へ

$$S=M_2g-\frac{mF}{m+M_1+M_2} \qquad \cdots\cdots⑥$$

ト　④を②へ

$$f=\frac{M_2}{m+M_1+M_2}F$$

(3)　チ　②より

$$a=\frac{F+S-T-f}{M_1}$$

リ　台車１について，鉛直方向の力のつりあい

$$H=M_1g+R+T$$

(4)　ヌ　すべらない条件は，$|S| \leqq \mu mg$ であり，$S<0$ に注意すると，

$$\left|M_2g-\frac{m}{m+M_1+M_2}F\right| \leqq \mu mg \qquad \therefore \quad \text{上限は}\quad F \leqq \left(\mu+\frac{M_2}{m}\right)(M_1+M_2+m)g$$

(5)　ル　⑥で $S=0$ として，

$$F=\frac{M_2(m+M_1+M_2)g}{m}$$

第２講　確認テスト

【解答】

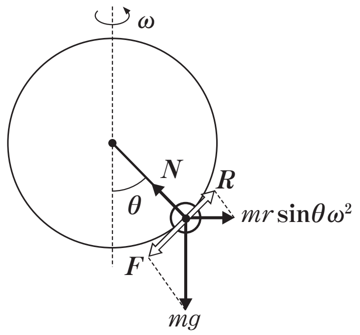
イ　$m\omega^2\cdot r\sin\theta\cdot\cos\theta$　　ロ　$g-r\omega^2\cos\theta$　　ハ　$\dfrac{g+r\omega^2}{r}$　　ニ　$\dfrac{r\omega^2-g}{r}$　　ホ　$\sqrt{\dfrac{g}{r}}$

ヘ　$2\pi\sqrt{\dfrac{r}{g-r\omega^2}}$　　ト　$r-\dfrac{g}{\omega^2}$　　チ　$\dfrac{1}{\sin\phi}\sqrt{\dfrac{g\cos\phi}{L}}$　　リ　①　　ヌ　⑤

【解説】

(1)

イ　$R=m\omega^2\cdot r\sin\theta\cdot\cos\theta$



ロ　$G=F+R=(-mg\sin\theta)+m\omega^2 r\sin\theta\cos\theta$

$=-m(g-r\omega^2\cos\theta)\sin\theta$　　$\therefore\ a=g-r\omega^2\cos\theta$

ハ　$\theta=\pi+\Delta\theta$ のとき，G は

$G\fallingdotseq m(g+r\omega^2)\Delta\theta=m\dfrac{g+r\omega^2}{r}\underbrace{r\Delta\theta}_{x}$　　$\therefore\ b=\dfrac{g+r\omega^2}{r}$

$\left(\begin{array}{l}\cos(\pi+\Delta\theta)\fallingdotseq-1\\ \sin(\pi+\Delta\theta)\fallingdotseq-\Delta\theta\\ \text{に注意！}\end{array}\right)$

ニ　$\theta=\Delta\theta$ のとき，

$G\fallingdotseq-m(g-r\omega^2)\cdot\Delta\theta=m\dfrac{r\omega^2-g}{r}\cdot\underbrace{r\Delta\theta}_{x'}$　　$\therefore\ b'=\dfrac{r\omega^2-g}{r}$

ホ　$G=0$ として，

$g-r{\omega_0}^2=0$　　$\therefore\ \omega_0=\sqrt{\dfrac{g}{r}}$

ヘ　運動方程式は

$ma'=m\dfrac{r\omega^2-g}{r}\cdot x'=-m\dfrac{g-r\omega^2}{r}x'$　　$\therefore\ T=2\pi\sqrt{\dfrac{r}{g-r\omega^2}}$

ト　$G=0$ のとき，$\theta\neq0$ として，

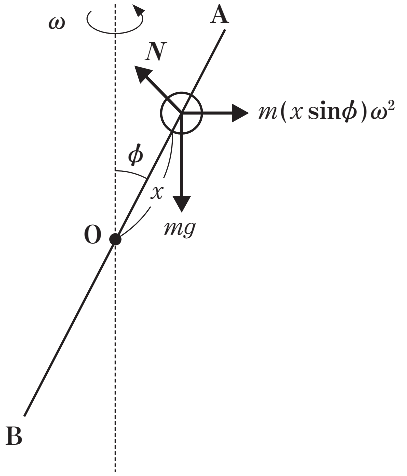
$g-r\omega^2\cos\theta=0$　　$\therefore\ \cos\theta=\dfrac{g}{r\omega^2}$

よって，

$h=r(1-\cos\theta)=r-\dfrac{g}{\omega^2}$

(2)　O→A方向の合力は，右図の力を分解して

$$f=-mg\cos\phi+mx\omega^2\sin^2\phi$$



チ　$f=0$ となる x は，

$$x=\frac{g\cos\phi}{\omega^2\sin^2\phi}$$

となるが，$x<L$ ゆえ，

$$\frac{g\cos\phi}{\omega^2\sin^2\phi}<L$$

$$\therefore\quad \omega>\underbrace{\frac{1}{\sin\phi}\sqrt{\frac{g\cos\phi}{L}}}_{=\omega_0}$$

リ　①

ヌ　⑤

第３講　確認テスト

【解答】

イ　$\dfrac{dQ^2}{2\varepsilon al}$　ロ　$\dfrac{Q^2}{2\varepsilon al}\Delta d$　ハ　$\dfrac{Q^2}{2\varepsilon al}$　ニ　$\dfrac{1}{2}\varepsilon E^2$　ホ　$-\dfrac{Q^2d}{2\varepsilon al}\cdot\Delta l$

ヘ　$-\dfrac{Q^2d}{2\varepsilon al^2}$　ト　$\dfrac{\varepsilon aV^2}{2d}\Delta l$　チ　$\dfrac{\varepsilon aV^2}{d}\Delta l$　リ　$-\dfrac{\varepsilon aV^2}{2d}$

ヌ　②　ル　②　ヲ　$\dfrac{1}{2}\varepsilon E^2$

ワ　解説参照

【解説】

(1)　$C=\dfrac{\varepsilon al}{d}$とする。

イ　$U_0=\dfrac{Q^2}{2C}=\dfrac{dQ^2}{2\varepsilon al}$

ロ　$\Delta U=\dfrac{Q^2}{2\varepsilon al}\Delta d$

ハ　$\Delta U=F\cdot\Delta d$　よって，$f=F=\dfrac{Q^2}{2\varepsilon al}$

ニ　$\dfrac{f}{al}=\dfrac{Q^2}{2\varepsilon a^2l^2}=\dfrac{1}{2}\varepsilon\cdot\left(\dfrac{Q}{\varepsilon al}\right)^2=\dfrac{1}{2}\varepsilon E^2$

(2)

(a)

ホ　$\Delta U'=\dfrac{Q^2d}{2\varepsilon a(l+\Delta l)}-\dfrac{Q^2d}{2\varepsilon al}=\dfrac{Q^2d}{2\varepsilon al}\left(\dfrac{1}{1+\dfrac{\Delta l}{l}}-1\right)\fallingdotseq-\dfrac{Q^2d}{2\varepsilon al}\cdot\Delta l$

ヘ　$f'=-\dfrac{Q^2d}{2\varepsilon al^2}$　（負号は，f'の向きがΔlと逆であることを示している。）

(b)

ト　$\Delta U''=\dfrac{1}{2}\Delta CV^2=\dfrac{\varepsilon aV^2}{2d}\Delta l$

チ　$W_E=\Delta Q\cdot V=\Delta CV^2=\dfrac{\varepsilon aV^2}{d}\Delta l$

リ　$f''\cdot\Delta l+W_E=\Delta U''$　より，$f''=-\dfrac{\varepsilon aV^2}{2d}$　（負号は，f''の向きがΔlと逆であることを示している。）

ヌ　②

ル　②

ヲ　$\dfrac{|f'|}{ad}=\dfrac{|f''|}{ad}=\dfrac{1}{2}\varepsilon\left(\dfrac{V}{d}\right)^2=\dfrac{1}{2}\varepsilon E^2$

ワ　両極板は，２枚重なっており，同じ符号をもつ電荷が帯電するため反発し斥力が働くこと。

第４講　確認テスト

【解答】

ア　$C\cdot BDv$　イ　$Mg\sin\theta - IBD$　ウ　CBD　エ　$\dfrac{CBDMg\sin\theta}{M+CB^2D^2}$

オ　$\dfrac{BD}{L}$　カ　$\dfrac{BD}{L}x$　キ　$\dfrac{1}{2}(M+CB^2D^2)$　ク　$\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{B^2D^2}{L}$

ケ　CB^2D^2　コ　$\dfrac{B^2D^2}{L}$　サ　$2\pi\sqrt{L\left(C+\dfrac{M}{B^2D^2}\right)}$　シ　$\dfrac{M}{B^2D^2}$

【解説】

(1)

ア　$Q=C\cdot BDv$　…①

イ　$Ma=Mg\sin\theta - IBD$　…②

ウ　①より，$\Delta Q = CBD\cdot\Delta v$　よって，$\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}=CBD\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$　$\therefore$　$I=CBD\times a$　…③

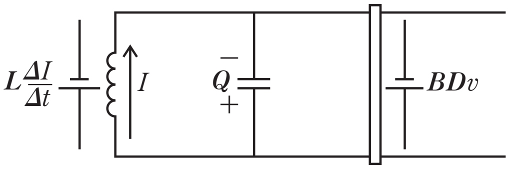
エ　③を②へ

$Ma=Mg\sin\theta - CB^2D^2a$　$\therefore$　$a=\dfrac{Mg\sin\theta}{M+CB^2D^2}$

これを③へ

$I=\dfrac{CBDMg\sin\theta}{M+CB^2D^2}$

(2)



オ　$L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}=BDv$

$=BD\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

$\therefore$　$\Delta I=\dfrac{BD}{L}\cdot\Delta x$

カ　$I=\dfrac{BD}{L}x$　…④

キ，ク

$E=\dfrac{1}{2}Mv^2+Mg(-x\sin\theta)+\dfrac{1}{2}C(BDv)^2+\dfrac{1}{2}LI^2$

$=\dfrac{1}{2}(M+CB^2D^2)\cdot v^2+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{B^2D^2}{L}\cdot x^2-Mgx\sin\theta$　…⑤

ケ，コ

$E_{カ}=\dfrac{1}{2}(M+m)v^2+\dfrac{1}{2}kx^2-Mgx\sin\theta$　…⑥

⑤⑥を見比べて

$$m=CB^2D^2 \qquad k=\frac{B^2D^2}{L}$$

サ　$T=2\pi\sqrt{\dfrac{M+m}{k}}=2\pi\sqrt{L\left(C+\dfrac{M}{B^2D^2}\right)}$

シ　$C'=\dfrac{M}{B^2D^2}$

第５講　確認テスト

【解答】

あ　$\dfrac{v_1(t_S-t)}{\sin\theta_1}$　　い　$v_2(t_2-t)$　　う　$\dfrac{v_2}{v_1}\sin\theta_1$　　え　$\dfrac{\omega}{k}$　　お　$\Delta k\cdot x-\Delta\omega\cdot t$

か　②　　き　$\dfrac{\omega_1-\omega_2}{2\pi}$

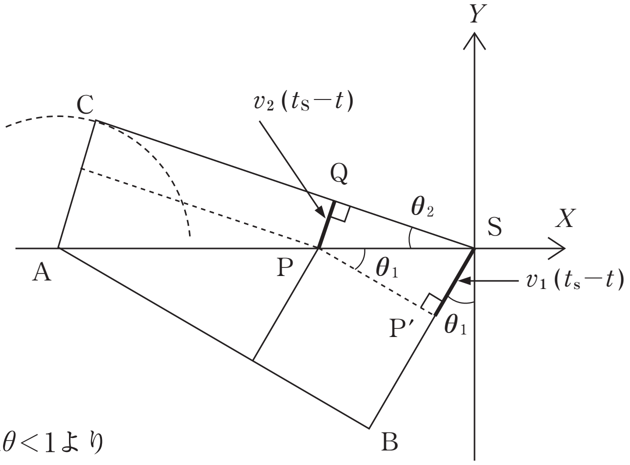
問１　$\sin\theta=\dfrac{c}{V}$　　条件式：$V>c$

問２　解説の図を参照のこと

問３　$\dfrac{1}{2}$

【解説】

(1)



あ　$\overline{PS}(t)=\dfrac{\overline{P'S}}{\sin\theta_1}=\dfrac{v_1(t_S-t)}{\sin\theta_1}$

い　$\overline{PQ}(t)=v_2(t_2-t)$

う　△PQSに注目。

$\sin\theta_2=\dfrac{\overline{PQ}(t)}{\overline{PS}(t)}=\dfrac{v_2}{v_1}\sin\theta_1$

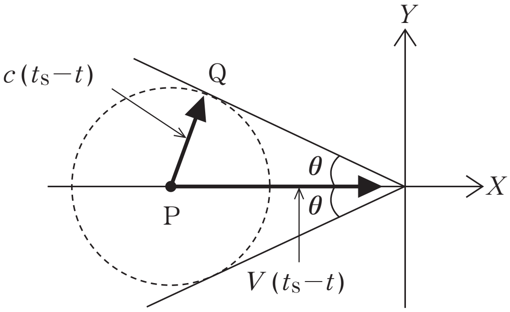
(2)

問１　$\sin\theta=\dfrac{c(t_S-t)}{V(t_S-t)}=\dfrac{c}{V}$

この様な θ が存在するためには, $\sin\theta<1$ より

$\dfrac{c}{V}<1$　　∴　$V>c$

が必要。



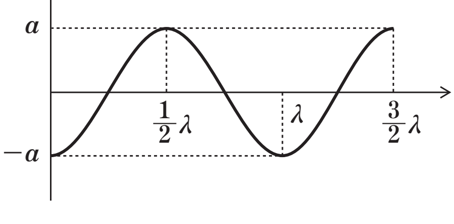
(3)

え　x, t が異なっても位相が等しいので

$kx-\omega t=k(x+\Delta x)-\omega(t+\Delta t)$

∴　$c=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{\omega}{k}$

問２　$\dfrac{1}{4}$周期後は$\dfrac{1}{4}$波長だけ進む。



(4)

お　まず，h_1，h_2 を整理。

$$h_1 = a\sin(k_1 x - \omega_1 t)$$
$$= a\sin\{(k+\Delta k)x - (\omega+\Delta\omega)t\}$$
$$= a\sin\{\underbrace{(kx-\omega t)}_{A} + \underbrace{(\Delta k\cdot x - \Delta\omega\cdot t)}_{B}\}$$

同様に，

$$h_2 = a\sin\{\underbrace{(kx-\omega t)}_{A} - \underbrace{(\Delta k\cdot x - \Delta\omega\cdot t)}_{B}\}$$

となるので，与えられた三角関数の公式より，

$$h_1+h_2 = a\{\sin(A+B)+\sin(A-B)\} = 2a\cos(\Delta k\cdot x - \Delta\omega\cdot t)\cdot\sin(kx-\omega t)$$

か　波１と波２の位相速度がともに c のとき，

$$c = \frac{\omega+\Delta\omega}{k+\Delta k} \quad \therefore \quad \omega+\Delta\omega = c(k+\Delta k)$$
$$c = \frac{\omega-\Delta\omega}{k-\Delta k} \quad \therefore \quad \omega-\Delta\omega = c(k-\Delta k)$$

$\left(\text{位相速度}:\dfrac{\omega}{k} \quad \text{群速度}:\dfrac{\Delta\omega}{\Delta k}\right)$

辺々ひくと，

$$2\Delta\omega = 2c\cdot\Delta k \quad \therefore \quad v_G = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = c \text{ となる。}$$

き　お の，h_1+h_2 の式で $x=0$ として，

$$h = 2a\cos(-\Delta\omega\cdot t)\cdot\sin(-\omega t)$$

$$\left(\begin{array}{rr} & \omega_1 = \omega+\Delta\omega \\ -) & \omega_2 = \omega-\Delta\omega \\ \hline & \omega_1-\omega_2 = 2\Delta\omega \end{array}\right)$$

よって，強弱は $\Delta\omega$ で決まり，うなりの数は，

$$n = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{\omega_1-\omega_2}{2\pi}$$

問３　$\omega=\sqrt{gk}$ のとき，

$$\begin{cases} \text{位相速度}:c = \dfrac{\omega}{k} = \sqrt{\dfrac{g}{k}} \\ \text{群速度}\quad:v_G = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta k} \fallingdotseq \dfrac{\dfrac{\sqrt{g}\cdot\Delta k}{2\sqrt{k}}}{\Delta k} = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{g}{k}} \end{cases}$$

ゆえ，比をとると，

$$\frac{v_G}{c} = \frac{1}{2}$$

第６講　確認テスト

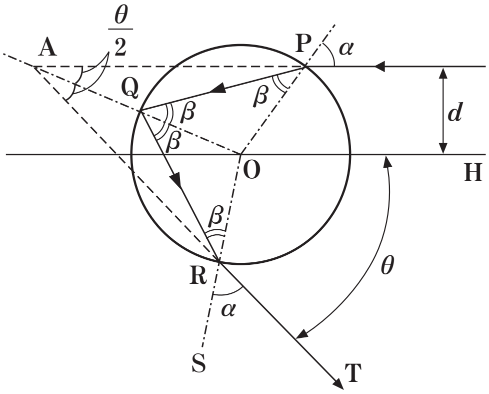
【解答】

あ $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$　い β　う α　え $2(2\beta-\alpha)$　お $\dfrac{1}{2}$　か $\dfrac{1}{2}n$

き $\dfrac{1}{n}\sqrt{\dfrac{4-n^2}{3}}$

【解説】

(1)



あ　$n=\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$

(2)

い　△OPQと△OQRは二等辺三角形，それと反射の法則より，

$\angle\mathrm{PQO}=\angle\mathrm{ORQ}=\beta$

う　$n=\dfrac{\sin\angle\mathrm{SRT}}{\sin\angle\mathrm{ORQ}}$ と あ，い より，$\angle\mathrm{SRT}=\alpha$

え　$\theta=\angle\mathrm{PAR}=2(2\beta-\alpha)$

(3)

お　$\theta_0=2(2\beta_0-\alpha_0)$，$\theta_0+\Delta\theta=2\{2(\beta_0+\Delta\beta)-(\alpha_0+\Delta\alpha)\}$ かつ $\Delta\theta=0$ より，

$2\beta_0-\alpha_0=2(\beta_0+\Delta\beta)-(\alpha_0+\Delta\alpha)$　　$\therefore\dfrac{\Delta\beta}{\Delta\alpha}=\dfrac{1}{2}$

か　$\sin(\alpha_0+\Delta\alpha)=\sin\alpha_0\underbrace{\cos\Delta\alpha}_{1}+\cos\alpha_0\underbrace{\sin\Delta\alpha}_{\Delta\alpha}\fallingdotseq\sin\alpha_0+\cos\alpha_0\cdot\Delta\alpha$

同様に，

$\sin(\beta_0+\Delta\beta)\fallingdotseq\sin\beta_0+\cos\beta_0\cdot\Delta\beta$

ゆえ，

$$n=\frac{\sin(\alpha_0+\Delta\alpha)}{\sin(\beta_0+\Delta\beta)}\fallingdotseq\frac{\sin\alpha_0+\cos\alpha_0\cdot\Delta\alpha}{\sin\beta_0+\cos\beta_0\cdot\Delta\beta}$$

他方，$n=\dfrac{\sin\alpha_0}{\sin\beta_0}$ も用いてまとめると，

$$\frac{\cos\alpha_0}{\cos\beta_0}=n\cdot\frac{\Delta\beta}{\Delta\alpha}=\frac{1}{2}n$$

き　$\cos^2\alpha_0+\sin^2\alpha_0=1$ と，あ，か より，$\sin\beta_0=\dfrac{1}{n}\sqrt{\dfrac{4-n^2}{3}}$

第７講　確認テスト

【解答】

1

い　$-P\cdot\Delta V$　ろ　$\Delta U+P\cdot\Delta V$　は　$\dfrac{R}{P}$　に　R　ほ　$-(\gamma-1)\dfrac{\Delta V}{V}$

へ　$\dfrac{\Delta T}{T}-\dfrac{\Delta P}{P}$　と　$\left(1-\dfrac{1}{\gamma}\right)$　ち　$\dfrac{PM}{RT}$　り　$-\dfrac{Mg}{RT}$

ぬ　$-\left(1-\dfrac{1}{\gamma}\right)\dfrac{Mg}{R}$

【解説】

(1)

い　$-P\cdot\Delta V$

ろ　$Q=\Delta U+P\cdot\Delta V$

(2)

は
$$\begin{cases} PV=RT & \cdots① \\ P(V+\Delta V)=R(T+\Delta T) & \cdots② \end{cases}$$

①－②より，

$$P\Delta V=R\Delta T \qquad \therefore \quad \Delta V=\frac{R}{P}\times\Delta T$$

に　$Q=\Delta U+P\Delta V$

$$C_P\Delta T=C_V\Delta T+P\times\frac{R}{P}\Delta T$$ より，$C_P-C_V=R$　…③

(3)

ほ　熱力学第１法則より，

$$Q=\Delta U+W$$

$$0=C_V\Delta T+P\cdot\Delta V$$

①より，$P=\dfrac{RT}{V}$を代入して，

$$0=C_V\Delta T+RT\cdot\frac{\Delta V}{V}$$

③を代入

$$0=C_V\frac{\Delta T}{T}+(C_P-C_V)\frac{\Delta V}{V}$$

C_Vでわると

$$0=\frac{\Delta T}{T}+\left(\underbrace{\frac{C_P}{C_V}}_{\gamma}-1\right)\frac{\Delta V}{V}$$

$$\therefore \quad \frac{\Delta T}{T}=-(\gamma-1)\frac{\Delta V}{V} \quad \cdots④$$

へ　$(P+\Delta P)(V+\Delta V)=R(T+\Delta T)$　…⑤

⑤÷①より，

$$\left(1+\frac{\Delta P}{P}\right)\left(1+\frac{\Delta V}{V}\right)=1+\frac{\Delta T}{T}$$

$$\therefore\quad 1+\frac{\Delta P}{P}=\frac{1+\dfrac{\Delta T}{T}}{1+\dfrac{\Delta V}{V}}$$

右辺に近似式を用いて

$$1+\frac{\Delta P}{P}=1+\frac{\Delta T}{T}-\frac{\Delta V}{V}\qquad\therefore\quad\frac{\Delta V}{V}=\frac{\Delta T}{T}-\frac{\Delta P}{P}\quad\cdots⑥$$

と　⑥に④を代入して

$$\frac{\Delta T}{T}=\frac{\Delta P}{P}-\frac{1}{\gamma-1}\cdot\frac{\Delta T}{T}\qquad\therefore\quad\frac{\Delta T}{T}=\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\times\frac{\Delta P}{P}\quad\cdots⑦$$

(4)

ち　①を変形して，

$$P=\frac{w}{M}RT\div V\qquad\therefore\quad P=\frac{\rho RT}{M}\qquad\rho=\frac{PM}{RT}$$

り　$\Delta P=-\rho g\cdot\Delta z=-\dfrac{PMg}{RT}\Delta z\qquad\therefore\quad\dfrac{\Delta P}{P}=-\dfrac{Mg}{RT}\cdot\Delta z$　…⑧

ぬ　⑧を⑦に代入して，

$$\frac{\Delta T}{T}=\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\times\left(-\frac{Mg}{RT}\Delta z\right)\qquad\therefore\quad\frac{\Delta T}{\Delta z}=-\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\frac{Mg}{R}$$

第８講　確認テスト

【解答】

1

ア $\dfrac{p_1V_1}{RT_1}$　イ $\alpha^{\frac{2}{5}}$　ウ $-\dfrac{3}{2}\left(1-\alpha^{\frac{2}{5}}\right)$　エ $\dfrac{3}{2}\left(1-\alpha^{\frac{2}{5}}\right)p_1V_1$

オ $\left(\alpha^{-\frac{3}{5}}-1\right)$　カ $\left(1-\alpha^{\frac{3}{5}}\right)\dfrac{p_1V_1}{RT_1}$　キ p_2V_2　ク $\dfrac{3(1-\beta)}{5\beta}$

ケ $\dfrac{2\beta+3}{5}$　コ $\dfrac{3(1-\beta)}{2\beta+3}\cdot\dfrac{p_1V_1}{RT_1}$

【解説】

ア　状態方程式

$$p_1V_1=nRT_1 \quad \cdots ① \qquad \therefore \quad n=\frac{p_1V_1}{RT_1}$$

イ　$pV^{\frac{5}{3}}=$一定　を書き直して，$p^{-\frac{2}{5}}\cdot T=$一定

$$p_1^{-\frac{2}{5}}T_1=(\alpha p_1)^{-\frac{2}{5}}\cdot T' \qquad \therefore \quad T'=\alpha^{\frac{2}{5}}\times T_1$$

ウ　$\Delta U_1=\dfrac{3}{2}nR(T'-T_1)=\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{p_1V_1}{RT_1}\cdot R\left(\alpha^{\frac{2}{5}}T_1-T_1\right)=-\dfrac{3}{2}\left(1-\alpha^{\frac{2}{5}}\right)p_1V_1$

エ　熱力学第１法則より，

$$\underbrace{0}_{\text{断熱}}=\Delta U_1+W_1 \qquad \therefore \quad W_1=-\Delta U_1=\frac{3}{2}\left(1-\alpha^{\frac{2}{5}}\right)p_1V_1$$

オ　$pV^{\frac{5}{3}}=$一定　より，

$$p_1V_1^{\frac{5}{3}}=(\alpha p_1)\cdot V'^{\frac{5}{3}} \qquad \therefore \quad V'=\alpha^{-\frac{3}{5}}V_1$$

よって，シリンダー内の体積は，

$$V'-V_1=\left(\alpha^{-\frac{3}{5}}-1\right)\times V_1$$

カ　$n\times\dfrac{V'-V_1}{V'}=\left(1-\alpha^{\frac{3}{5}}\right)\dfrac{p_1V_1}{RT_1}$

キ　$W_2=p_2V_2$

ク　変化後の状態方程式は　$p_2(V_2+V_1)=nRT_2 \quad \cdots ②$

②－①より，

$$nR(T_2-T_1)=p_2V_2+p_2V_1-p_1V_1$$

他方，熱力学第１法則より，

$$0=\Delta U_2+W_2=\frac{3}{2}nR(T_2-T_1)+p_2V_2$$

$$\therefore \quad 0=\frac{3}{2}(p_2V_2+p_2V_1-p_1V_1)+p_2V_2$$

$\beta=\dfrac{p_2}{p_1}$を用いて，

$$V_2=\frac{3(1-\beta)}{5\beta}\times V_1$$

ケ　②÷①より，

$$\frac{p_2}{p_1}\left(\frac{V_2}{V_1}+1\right)=\frac{T_2}{T_1}\qquad\therefore\quad \beta\left\{\frac{3(1-\beta)}{5\beta}+1\right\}=\frac{T_2}{T_1}$$

$$T_2=\frac{2\beta+3}{5}\times T_1$$

コ　$$n\times\frac{V_2}{V_1+V_2}=\frac{3(1-\beta)}{2\beta+3}\cdot\frac{p_1V_1}{RT_1}$$

第９講　確認テスト

【解答】

イ　ドップラー効果　　ロ　$\frac{c+v}{c}\nu$　　ハ　$\frac{c}{c+v}\nu_0$　　ニ　負　　ホ　①

ヘ　1×10^4　　ト　4×10^{-15}〔J〕　　チ　5×10^8〔Hz〕　　リ　$-qkx$

ヌ　$\frac{1}{2}qkx^2$　　ル　単振動　　ヲ　$v_0\sqrt{\frac{m}{qk}}\sin\left(\sqrt{\frac{qk}{m}}t\right)$

ワ　$v_0\cos\left(\sqrt{\frac{qk}{m}}t\right)$　　カ　③

【解説】

イ　ドップラー効果

ロ　$\nu'=\frac{c+v}{c}\nu$

ハ　原子から見て，振動数が ν_0 であれば吸収できるので，$\nu_0=\frac{c+v}{c}\nu$

$\therefore\quad \nu=\frac{c}{c+v}\nu_0$

ニ　負

ホ　v は小さくなる → $\frac{c}{c+v}$ は大きくなる。よって増加①。

ヘ　運動量に注目。求める個数を N とすると，

$mv-\frac{h\nu}{c}\times N=0$

$\therefore\quad N=\frac{mvc}{h\nu}=\frac{4\times10^{-26}\times3\times10^2\times3\times10^8}{6.6\times10^{-34}\times5\times10^{14}}\fallingdotseq1\times10^4$

ト　$h\nu\times N=h\nu\times\frac{mvc}{h\nu}=mvc=4\times10^{-26}\times3\times10^2\times3\times10^8=4\times10^{-15}$〔J〕

チ　$\nu_0-\nu=\frac{c+v}{c}\nu-\nu=\frac{v}{c}\nu=\frac{3\times10^2}{3\times10^8}\times5\times10^{14}=5\times10^8$〔Hz〕

リ　$F(x)=(-q)E(x)=-qkx$

ヌ　$U(x)=\int_x^0 F(x)dx=\frac{1}{2}qkx^2$

ル　イオンの運動方程式は $m\frac{d^2x}{dt^2}=-qkx$　となり，単振動をする。

ヲ　$t=0$ で $x=0$ ゆえ，

$$x=A\sin\omega t \quad \cdots ① \quad \left(\omega=\sqrt{\frac{qk}{m}}\right)$$

$$v=\frac{dx}{dt}=\omega A\cos\omega t \quad \cdots ②$$

と書けるが，$t=0$ で $v=v_0$ ゆえ，

$$\omega A=v_0 \qquad \therefore \quad A=\frac{v_0}{\omega}=v_0\sqrt{\frac{m}{qk}}$$

①へ代入して，

$$x=v_0\sqrt{\frac{m}{qk}}\sin\left(\sqrt{\frac{qk}{m}}\,t\right)$$

ワ　②より，$v=v_0\cos\left(\sqrt{\dfrac{qk}{m}}\,t\right)$

カ　③

第 10 講　確認テスト

【解答】

イ　$(m_3+m_4-m_1-m_2)c^2$　　ロ　E　　ハ　m_1v_1　　ニ　$\dfrac{m_1{}^2}{2(m_3+m_4)}$

ホ　$\dfrac{m_3m_4}{2(m_3+m_4)}$　　ヘ　$\dfrac{m_1}{m_3+m_4}v_1$　　ト　$\dfrac{m_3+m_4}{m_3+m_4-m_1}E$

チ　0.764〔MeV〕　　リ　$\dfrac{E+E'}{c^2}$　　ヌ　1.00867〔u〕

【解説】

イ　$E=(m_3+m_4-m_1-m_2)c^2$

ロ　$\left(m_1c^2+\dfrac{1}{2}m_1v_1{}^2\right)+m_2c^2=(m_3c^2+\dfrac{1}{2}m_3v_3{}^2)+(m_4c^2+\dfrac{1}{2}m_4v_4{}^2)$

$\therefore\ \dfrac{1}{2}m_1v_1{}^2-\left(\dfrac{1}{2}m_3v_3{}^2+\dfrac{1}{2}m_4v_4{}^2\right)=(m_3+m_4-m_1-m_2)c^2=E\quad\cdots①$

ハ　$m_3v_3+m_4v_4=m_1v_1\quad\cdots②$

ニ, ホ

$v_3-v_4=w\quad\cdots③$

②＋③×m_4より, $v_3=\dfrac{m_1v_1+m_4w}{m_3+m_4}$　　②－③×m_3より, $v_4=\dfrac{m_1v_1-m_3w}{m_3+m_4}$

これらを用いて,

$$\frac{1}{2}m_3v_3{}^2+\frac{1}{2}m_4v_4{}^2$$

$$=\frac{1}{2(m_3+m_4)^2}\{m_3(m_1v_1+m_4w)^2+m_4(m_1v_1-m_3w)^2\}$$

$$=\frac{1}{2(m_3+m_4)^2}\{m_3(m_1v_1)^2+m_3(m_4w)^2+\cancel{2m_1m_3m_4v_1w}+m_4(m_1v_1)^2+m_4(m_3w)^2-\cancel{2m_1m_3m_4v_1w}\}$$

$$=\frac{1}{2(m_3+m_4)^2}\{(m_3+m_4)m_1{}^2v_1{}^2+m_3m_4(m_3+m_4)w^2\}$$

$$=\frac{m_1{}^2}{2(m_3+m_4)}\times v_1{}^2+\frac{m_3m_4}{2(m_3+m_4)}\times w^2\quad\cdots④$$

ヘ, ト

④を①へ代入して,

$$\frac{1}{2}m_1v_1{}^2-\frac{m_1{}^2}{2(m_3+m_4)}\cdot v_1{}^2-\frac{m_3m_4}{2(m_3+m_4)}\cdot w^2=E$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1{}^2-\frac{m_1}{m_3+m_4}\times\frac{1}{2}m_1v_1{}^2-\frac{m_3m_4}{2(m_3+m_4)}w^2=E$$

よって，

$$\frac{1}{2}m_1{v_1}^2=\frac{m_3+m_4}{m_3+m_4-m_1}\left\{E+\frac{m_3m_4}{2(m_3+m_4)}w^2\right\}\quad\cdots⑤$$

となる。よって，$w=0$　つまり，

$$v_3=v_4=\frac{m_1}{m_3+m_4}v_1$$

のとき，$\frac{1}{2}m_1{v_1}^2$ は最小となり，

$$K=\frac{m_3+m_4}{m_3+m_4-m_1}E\quad\cdots⑥$$

チ　⑥を逆に解いて，

$$E=\frac{m_3+m_4-m_1}{m_3+m_4}K=\frac{1+3-1}{1+3}\times1.019=0.764〔\mathrm{MeV}〕$$

リ　$E=(m_3+m_4-m_1-m_2)c^2$，$E'=(m_2-m_4)c^2$

より，

$$E+E'=(m_3-m_1)c^2\qquad\therefore\quad m_3-m_1=\frac{E+E'}{c^2}\quad\cdots⑦$$

ヌ　⑦より，

$$m_3=m_1+\frac{E+E'}{c^2}$$

$$=1.00728〔\mathrm{u}〕+\underbrace{(0.764+0.530)}_{〔\mathrm{MeV}〕}\underbrace{\times1.60\times10^{-13}}_{〔\mathrm{J}〕}\underbrace{\div(3.00\times10^{8})^2}_{〔\mathrm{kg}〕}\underbrace{\div1.66\times10^{-27}}_{〔\mathrm{u}〕}$$

$$≒1.00867〔\mathrm{u}〕$$